

東京大学

物理

問題

2017年度入試

【学部】 教養学部、理学部、工学部、農学部、医学部、薬学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月26日



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

1 図1-1のような、3辺の長さが $L, L, 3L$ で質量が M の直方体の積木を考える。積木の密度は一樣であるとし、重力加速度の大きさを g で表す。以下の設問に答えよ。

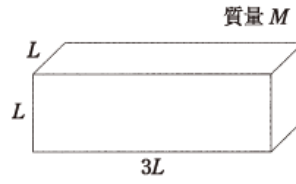


図1-1

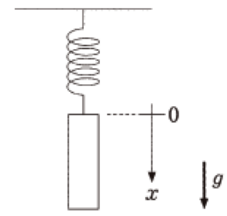


図1-2

I 図1-2のように、ばね定数 k のばねの上端を天井に固定し、下端に積木をつなげた。ばねが自然長にある状態から積木を静かに放したところ、積木は鉛直方向に単振動を開始した。

- (1) ばねの自然長からの最大の伸びを求めよ。
- (2) 鉛直下向きに x 軸をとる。ばねが自然長にある状態での積木の上端の位置を原点とし、そこからの変位を x とすると、積木の加速度 a は $a = \text{ア} (x - \text{イ})$ と表される。 ア イ に入る式を求めよ。ただし加速度は x 軸の正の向きを正とする。

II 図1-3のように、2個の積木(積木1, 積木2)がそれぞれ水平な台と斜面上に置かれており、滑車を通してひもでつながれている。斜面の傾き角を θ とする。積木1の長辺と平行に x 軸をとる。最初、積木1の右端の位置が $x=0$ であった。 $x < 0$ では床面はなめらかで摩擦はないが、 $x \geq 0$ では床面と積木1との間に摩擦があり、その動摩擦係数は一樣で μ' である。斜面や滑車はなめらかで摩擦は無視できる。ひもがたるんでいない状態から積木1を静かに放したところ、積木1は初速度0で動き始め、右端が $x_0 (x_0 \leq 3L)$ のところまで進んで静止した。ただし、図1-4のように、積木1の右端が x だけ動いた状態での動摩擦力の大きさ f は、 $f = \frac{x}{3L} \mu' Mg$ で与えられるものとする。斜面は紙面に垂直である。また、2つの積木の長辺は紙面と平行であり、ひもは滑車の左右でそれぞれ積木の長辺と平行である。

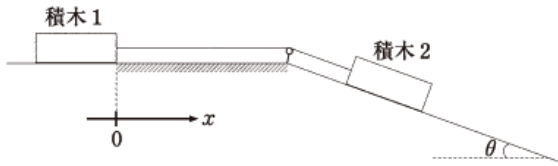


図1-3

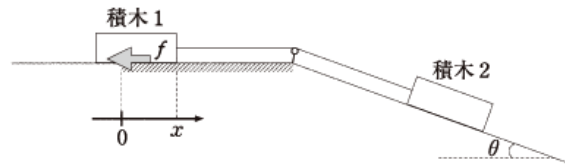


図1-4

- (1) 積木1が動いているときの加速度を a とすると、 a は積木1の右端の位置 x を用いて $a = \text{ウ} (x - \text{エ})$ と表される。 ウ エ に入る式を求めよ。ただし加速度は x 軸の正の向きを正とする。
- (2) 積木が動き始めてから静止するまでの時間を求めよ。
- (3) 積木1の右端がちょうど $x_0 = 3L$ になったときに静止したとする。このとき動摩擦係数 μ' を θ を用いて表せ。

III 積木を9個用意し、床の上に重ねて積むことを考える。積木どうしの静止摩擦係数を μ_1 、積木と床との間の静止摩擦係数を μ_2 とする。積木の側面の摩擦は無視できるものとし、積木の面に垂直に加わる力は均一とみなしてよい。また、積木にはたらく偶力によるモーメントは考えなくてよい。

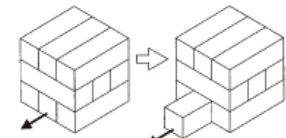


図1-5

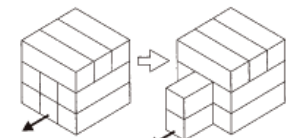
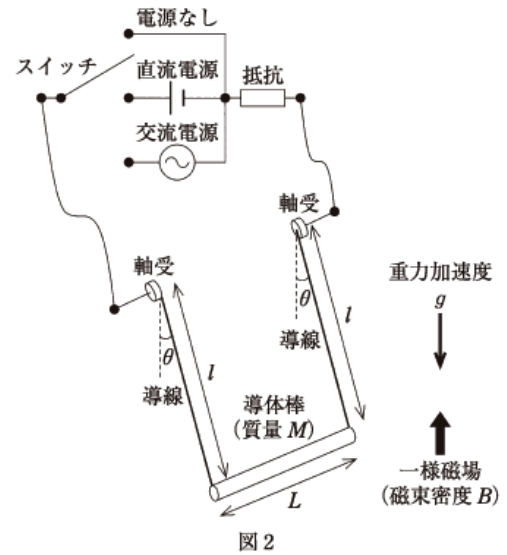


図1-6

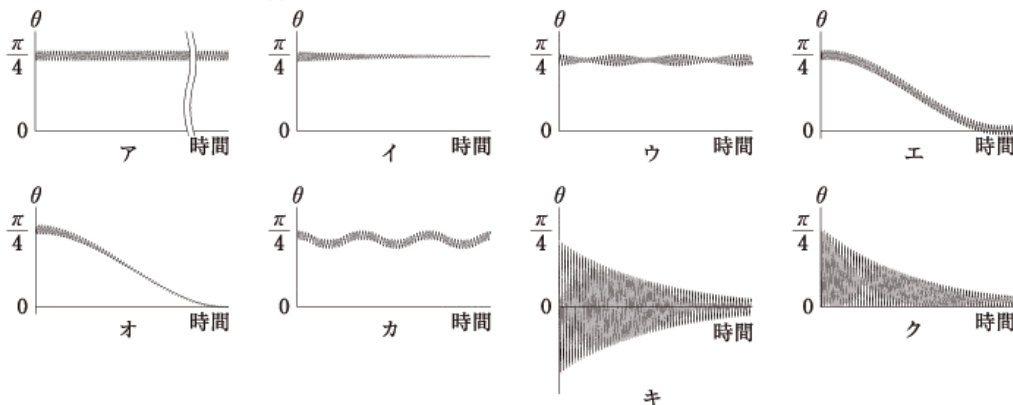
- (1) $\mu_2 = \mu_1$ とする。図1-5のように積木を3段に互い違いに重ねて積み、下の段の真ん中の積木を長辺と平行な向きに静かに引っ張り、力を少しずつ増やしていったところ、あるときその積木だけが動き始めた。積木が動き始める直前に引っ張っていた力の大きさを求めよ。
- (2) $\mu_2 \neq \mu_1$ とする。図1-6のように前問と違う向きに積木を重ねて積み、下の段の真ん中の積木を長辺と平行な向きに静かに引っ張り、力を少しずつ増やしていったところ、下の段の真ん中の積木と2段目の真ん中の積木が同時に動き始めた。このような状況が起こるための μ_2 の範囲は $\mu_2 > \text{オ}$ と表される。 オ に入る式を求めよ。

2 図2のように、長さ L 、質量 M の導体棒を、長さ l の導線 2 本で吊り下げたブランコを考える。ブランコの支持点は摩擦なく自由に回転できるように、なめらかな軸受になっている。導線には、抵抗値 R の抵抗がつながれており、さらに電源なし、直流電源、交流電源をスイッチで切り替えられるようになっている。このブランコの導体棒は鉛直上向きの一様磁場（磁束密度 B ）中を運動するものとする。鉛直下向きからのブランコの振れ角を θ 、重力加速度の大きさを g として以下の設問に答えよ。ただし、導体棒や導線は変形しないものとし、それらの抵抗や太さは無視できるものとする。また、導線の質量、電源の内部抵抗も無視できるものとする。導体棒以外の導線や電気回路は一様磁場の外にあり影響を受けない。自己インダクタンス、大気による摩擦は無視できるものとする。ブランコの振動周期に対する抵抗の効果は考慮しなくて良い。



- I まず、スイッチを電源なしの位置につなぐ。ブランコを $\theta = \alpha$ の位置まで持ち上げてそっと離れたところ、ブランコは長い時間振動しながら次第に振幅を小さくしていき、十分に時間が経った後には $\theta = 0$ の位置ではほぼ静止した。ただし α は正の微小値である。
- (1) ある瞬間に、ブランコは $\theta = 0$ の位置を速さ v で通過した。このとき、導体棒に流れている電流の大きさ I_1 を求めよ。
 - (2) ブランコの振動振幅がだんだん小さくなっていくのは、導体棒の力学的エネルギーが抵抗のジュール熱として消費されていくからだと考えることができる。最終的にブランコが静止するまでの間に、抵抗で発生したジュール熱の合計値 Q を求めよ。
 - (3) もし抵抗値を $2R$ に変更したとすると、変更前に比べて振動の振幅が半分になるまでにかかる時間はどうか。以下のア～ウから適当なものを一つ選んで答えよ。
ア. 長くなる イ. 変わらない ウ. 短くなる

- II 次に、スイッチを直流電源に切り替え、一定電圧を加えたところ、ブランコを $\theta = \frac{\pi}{4}$ の位置で静止させることができた。
- (1) このときに導体棒に流れている電流の大きさ I_2 を求めよ。
 - (2) さらにその状態からブランコを $\theta = \frac{\pi}{4} + \delta$ の位置まで持ち上げてそっと離れたところ、ブランコは振動を始めた。短時間ではこの運動は単振動とみなしてよい。その周期 P を求めよ。ただし、 δ は正の微小値である。
 - (3) その後、長時間観察すると、このブランコの振動はどのようになるか。以下のア～クのグラフから最も適当なものを一つ選んで答えよ。



- III 最後に、ブランコを $\theta = 0$ の位置に戻し、スイッチを交流電源に切り替えた。電源の周期を設問 I の場合のブランコ振動の周期 (T とする) と同じにした時、ブランコは揺れはじめ、やがて一定振幅（最大振れ角） β で単振動を続けるようになった。このときの θ は、時間 t を用いて $\theta = \beta \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ と書くことができる。ただし β は正の微小値である。

- (1) ブランコが一定振幅で単振動をしているときの誘導起電力 V を求めよ。ただし、解答に際して起電力の向きは問わない。また、 $\sin \theta$ は θ と近似して良い。
- (2) 交流電源の電圧の振幅 A を求めよ。ただし、ブランコの運動に起因する電磁誘導の効果と、交流電源

が接続されていることによる効果がちょうど打ち消し合っていると考えれば良い。

- (3) 交流電源を設問Ⅲ(2)と同じにした状態で、抵抗値を $2R$ に変更した。十分に時間が経った後のプランコの最大振れ角の大きさ β' を β を用いて表せ。

3 図3-1のように、断面積 S のシリンダーが水平な床に固定されている。シリンダー内にはなめらかに動くピストンが2つあり、それらは必要に応じてストッパーで止めることができる。左側のピストン1には、ばね定数 k のばねがつけられ、ばねの他端は壁に固定されている。また、小さな弁のついた右側のピストン2により、シリンダー内は領域A、Bに仕切られている。A、B内には、それぞれヒーター1、2が封入されている。最初、ばねは自然の長さであり、ピストン1は静止していた。領域Aの長さは L で、温度 T_0 の単原子分子理想気体が封入されている。一方、長さ L の領域B内は真空であり、ピストン2はストッパーにより固定され、弁は閉じられている。シリンダーの外側の気体の圧力は、 P_0 で一定に保たれている。シリンダー、ピストン、弁はすべて断熱材で作られ、また、ヒーターとストッパー、弁の部分の体積は無視できるものとする。以下の設問に答えよ。「最初、ヒーター1、2は作動していない。」

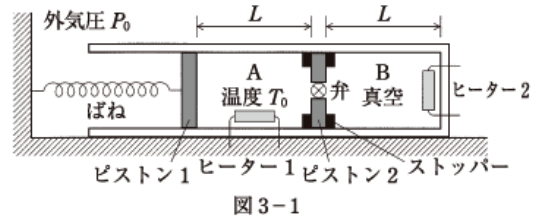


図3-1

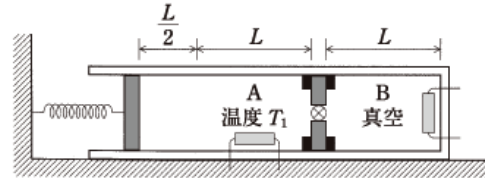


図3-2

I 図3-1の状態から、ヒーター1によりA内の気体をゆっくりと加熱すると、図3-2のようにピストン1は $\frac{L}{2}$ だけ左側に移動してちょうどその位置で止まった。このときのA内の気体の圧力は P_1 、温度は T_1 であった。

- (1) P_1, T_1 を P_0, S, k, L, T_0 のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) この過程におけるA内の気体の内部エネルギーの変化を、 P_0, S, k, L を用いて表せ。
- (3) この過程でヒーター1が気体に与えた熱量 Q_0 を、 P_0, S, k, L を用いて表せ。

II 図3-2の状態から、A内のヒーター1を取りはずし、ストッパーでピストン1が右側に動かないようにした。その後、ピストン2の弁を開いたところ、十分に時間が経過した後のA、B内の気体の温度と圧力は等しくなった。(図3-3)。この状態をXとする。Xにおける気体の温度 T_2 を、 T_1 を用いて表せ。また、Xにおける気体の圧力 P_2 を、 P_1 を用いて表せ。

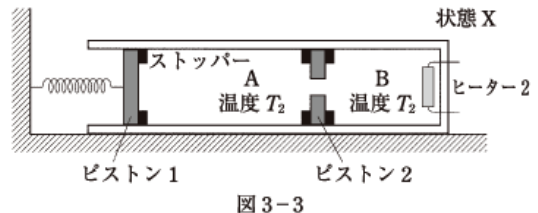


図3-3

III 状態Xから、A、B内の気体をヒーター2でゆっくりと加熱したところ、ピストン1がストッパーから離れて左側に動き始めた。状態Xからピストン1が動き始めるまでに、ヒーター2が気体に与えた熱量 Q_1 を、 P_1, S, L を用いて表せ。

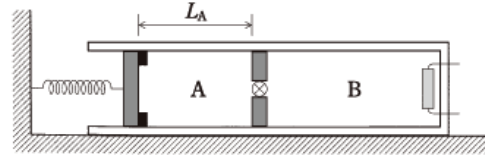


図3-4

- IV 状態Xから、ピストン2のストッパーによる固定をはずし、弁を閉めた。その後、B内の気体をヒーター2でゆっくりと加熱したところピストン2は左側に移動し、図3-4のように領域Aの長さが L_A となったところでピストン1がストッパーから離れて左側に動き始めた。
- (1) 状態Xからピストン1が動き始めるまでの過程におけるA、B内の気体の内部エネルギーの変化を、それぞれ $\Delta U_A, \Delta U_B$ とする。 $\Delta U_A + \Delta U_B$ を、 P_1, S, L, L_A のうち必要なものを用いて表せ。
 - (2) この過程で、ヒーター2がB内の気体に与えた熱量を Q_2 とする。このとき、 Q_2 と設問Ⅲの Q_1 との関係を書け。