新潟大学

平成30年度入学試験問題

数　　学（理，医，歯，工学部）

注　意　事　項

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。

2　問題冊子は，全部で5ページある。（落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は申し出ること。）

別に解答用紙がある。

3　**解答はすべて，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。**

4　受験番号は，各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。

5　受験学部，学科，選抜方法により解答すべき問題（○印），解答用紙の枚数及び解答時間は，下表のとおりである。

受験学部（学科，選抜方法）	解答すべき問題（○印）					解答用紙の枚数	解答時間
	1	2	3	4	5		
理学部（選抜方法A）及び工学部	○	○	○	○	○	5枚	120分
理学部（選抜方法B，C）及び医学部（保健学科）	○	○	○	○		4枚	90分
医学部（医学科）及び歯学部		○	○	○	○	4枚	90分

6　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。

7　問題冊子は，持ち帰ること。

2 袋Ａには赤玉２個と白玉５個，袋Ｂには赤玉２個が入っている。まず，袋Ａから３個の玉を同時に取り出し，玉の色は確認せず，そのまま袋Ｂに入れ，よくかき混ぜて，袋Ｂから２個の玉を同時に取り出す。次の問いに答えよ。

(1) 袋Ａから取り出された３個の玉が，赤玉１個と白玉２個である確率，白玉３個である確率をそれぞれ求めよ。

(2) 袋Ｂから取り出された玉が２個とも白玉である確率を求めよ。

(3) 袋Ｂから取り出された玉が２個とも白玉であったとき，袋Ｂに白玉が残っている条件付き確率を求めよ。

3 座標平面上に点 $\mathrm{O}(0,0)$，$\mathrm{A}(0,1)$，$\mathrm{B}(-1,1)$，$\mathrm{C}(-1,0)$，$\mathrm{P}(t,0)$ がある。ただし，t は正の実数である。また，線分 OA 上の点および線分 BC 上の点を通る直線 $\ell : y = ax + b$ がある。次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ が正方形 OABC の面積を 2 等分するとき，a を b を用いて表せ。

(2) 直線 ℓ が正方形 OABC の面積を 2 等分し，さらに直角三角形 OAP の面積を 2 等分するとき，b を t を用いて表せ。

(3) $t \to +0$ および $t \to \infty$ のときの (2) で求めた b の極限値をそれぞれ求めよ。

4 座標平面上の $x > 0$ の領域において，2つの曲線 $C_1 : y = \dfrac{\log x}{x}$ と $C_2 : y = \dfrac{k}{x}$ を考える。ここで，k は正の実数である。曲線 C_1 と曲線 C_2 はただ1つの交点をもつので，その x 座標を a とする。a が $1 < a < e$ の範囲にあるとき，次の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底である。また，必要ならば $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてもよい。

(1) k の値の範囲を求めよ。

(2) 曲線 C_1，曲線 C_2，直線 $x = 1$ および直線 $x = e$ によって囲まれる図形の面積 S を k を用いて表せ。

(3) 面積 S の最小値とそのときの k の値を求めよ。

5 自然数 n に対して，関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = \frac{1}{x^2 - x + 1} - \sum_{k=0}^{n} (-x)^{3k}(1 + x)$$

と定める。ただし，$(-x)^{3k}$ は $k = 0$ のとき 1 とする。次の問いに答えよ。

(1) $f_n(x) = (-1)^{n+1} \dfrac{x^{3n+3}}{x^2 - x + 1}$ を示せ。

(2) $\left| \displaystyle\int_0^1 f_n(x)\, dx \right| \leqq \dfrac{4}{3(3n + 4)}$ を示せ。

(3) 無限級数

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{1}{3k + 1} + \frac{1}{3k + 2} \right)$$

の和を求めよ。