

## 平成 29 年度入学試験問題

## 数 学 (理, 医, 歯, 工学部)

## 注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で5ページある。(落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。)
 

別に解答用紙がある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。
- 5 受験学部、学科、選抜方法により解答すべき問題(○印)、解答用紙の枚数及び解答時間は、下表のとおりである。

受験学部(学科, 選抜方法)	解答すべき問題(○印)					解答用紙の枚数	解答時間
	1	2	3	4	5		
理学部(選抜方法A)及び工学部	○	○	○	○	○	5枚	120分
理学部(選抜方法B, C)及び医学部(保健学科)	○	○	○	○		4枚	90分
医学部(医学科)及び歯学部		○	○	○	○	4枚	90分

- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。

2

座標空間内の次のような 4 点  $A, B, C, D$  を考える。  $A$  の座標は  $(\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6})$ , 3 点  $B, C, D$  は, それぞれ  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸上にある。さらに, これらの 4 点は同一平面上にあり, 四角形  $ABCD$  は平行四辺形である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 3 点  $B, C, D$  の座標を求めよ。
- (2) 平行四辺形  $ABCD$  の面積を求めよ。
- (3) 原点  $O$  から平行四辺形  $ABCD$  を含む平面に垂線  $OH$  を下ろす。  
点  $H$  の座標を求めよ。

**3**

次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  がある。

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{3a_n + 1}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

- (1)  $a_2, a_3, a_4, a_5$  を求めよ。
- (2) 一般項  $a_n$  を推測して、その結果を数学的帰納法によって証明せよ。
- (3) 不等式  $a_n > 1 - 10^{-18}$  を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする。

4

$t$  は、 $t > \frac{1}{2}$  を満たす実数とする。座標平面上に楕円  $x^2 + 4y^2 = 1$  が与えられている。点  $P(-1, -t)$  からこの楕円に引いた接線のうちで  $y$  軸と平行でない接線を  $l$ 、その接点を  $Q(a, b)$  とする。また、 $x$  軸、 $y$  軸および接線  $l$  で囲まれた部分の面積を  $S(t)$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 点  $Q(a, b)$  における接線  $l$  の方程式は、 $ax + 4by = 1$  であることを示せ。

(2)  $a, b$  を、それぞれ  $t$  を用いて表せ。

(3) 面積  $S(t)$  を、 $t$  を用いて表せ。

(4) 極限  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S(t)}{t}$  を求めよ。

5

$f(x) = xe^{1-x^2}$  とする。2つの曲線  $y = f(x)$  と  $y = x^k$  で囲まれた部分の面積を  $S_k$  とする。ただし、 $k$  は自然数とする。次の問いに答えよ。必要があれば

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x^2} = 0$$

が成り立つことを用いてよい。

- (1)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  および第2次導関数  $f''(x)$  を求めよ。
- (2) 関数  $y = f(x)$  の極値、グラフの凹凸と変曲点、および漸近線を求め、グラフの概形をかけ。
- (3)  $S_k$  を、 $k$  を用いて表せ。
- (4) 次の条件(\*)を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ。  
(\*) すべての自然数  $m$  に対して、 $4S_{2m-1} > 7S_{2m}$  が成り立つ。