平成28年度入学試験問題

数　　学（理，医，歯，工学部）

注 意 事 項

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。

2　問題冊子は，全部で5ページある。(落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は申し出ること。)

別に解答用紙がある。

3　**解答はすべて，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。**

4　受験番号は，各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。

5　受験学部，学科により解答すべき問題(○印)，解答用紙の枚数及び解答時間は，下表のとおりである。

受験学部(学科)	解答すべき問題(○印)					解答用紙の枚数	解答時間
	1	2	3	4	5		
理学部(数学科，物理学科)及び工学部	○	○	○	○	○	5枚	120分
理学部(化学科，生物学科，自然環境科学科)及び医学部(保健学科)	○	○	○	○		4枚	90分
医学部(医学科)及び歯学部		○	○	○	○	4枚	90分

6　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。

7　問題冊子は，持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 整式 $P(x)=x^4+x^3+x-1$ について，次の問いに答えよ。

(1) i を虚数単位とするとき，$P(i)$，$P(-i)$ の値を求めよ。

(2) 方程式 $P(x)=0$ の実数解を求めよ。

(3) $Q(x)$ を 3 次以下の整式とする。次の条件

$$Q(1)=P(1),\quad Q(-1)=P(-1),$$
$$Q(2)=P(2),\quad Q(-2)=P(-2)$$

をすべて満たす $Q(x)$ を求めよ。

$\boxed{2}$ $\triangle$OABにおいて, OA $=5$, OB $=6$, AB $=7$とする。tを$0<t<1$を満たす実数とする。辺OAを$t:(1-t)$に内分する点をP, 辺OBを$1:t$に外分する点をQ, 辺ABと線分PQの交点をRとする。点Rから直線OBへ下ろした垂線をRSとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$とするとき, 次の問いに答えよ。

(1) 内積$\vec{a}\cdot\vec{b}$を求めよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$を$t$, $\vec{a}$, $\vec{b}$を用いて表せ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OS}}$を$t$, $\vec{b}$を用いて表せ。

(4) 線分OSの長さが4となるtの値を求めよ。

3 3が書かれたカードが10枚，5が書かれたカードが10枚，10が書かれたカードが10枚，全部で30枚のカードが箱の中にある。この中から1枚ずつカードを取り出していき，取り出したカードに書かれている数の合計が10以上になった時点で操作を終了する。ただし各カードには必ず3，5，10いずれかの数が1つ書かれているものとし，取り出したカードは箱の中に戻さないものとする。次の問いに答えよ。

(1) 操作が終了するまでに，カードを取り出した回数が1回である確率を求めよ。

(2) 操作が終了するまでに，カードを取り出した回数が2回である確率を求めよ。

(3) 操作が終了したときに，取り出したカードに書かれている数の合計が12以上である確率を求めよ。

4 a を $0 < a < 1$ を満たす実数として x の関数 $f(x) = ax - \log(1+e^x)$ の最大値を $M(a)$ とするとき，次の問いに答えよ。ただし必要があれば

$$\lim_{x \to +0} x \log x = 0$$

が成り立つことを用いてよい。

(1) $M(a)$ を a を用いて表せ。

(2) a の関数 $y = M(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

(3) a の関数 $y = M(a)$ のグラフをかけ。

$\boxed{5}$ 一般項が $a_n = \dfrac{n!}{n^n}$ で表される数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ を示せ。

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$ を求めよ。

(3) 2 以上の整数 k に対して，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_{kn}}{a_n}\right)^{\frac{1}{n}}$ を k を用いて表せ。