

平成 31 年度入学試験問題(前期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**㊴**から**㊶**までの3問題が印刷されていて、合計2ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **㊴**から**㊶**までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名および受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

4 次の問いに答えよ。

(1) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left\{ \cos \frac{\pi}{2n} + 2 \cos \frac{2\pi}{2n} + 3 \cos \frac{3\pi}{2n} + \cdots + (n-1) \cos \frac{(n-1)\pi}{2n} \right\}$$

(2) $f(x) = \log |x^2 - 2x - 1|$ とする。

(i) $f(x) = 0$ を満たす x の値を求めよ。

(ii) 関数 $y = f(x)$ について増減, 極値, x 軸との交点, 漸近線を調べて, グラフの概形をかけ。

5 複素数平面において, 複素数 $2, 4i, z$ を表す点をそれぞれ A, B, C とする。ただし, i は虚数単位とする。

(1) $\triangle ABC$ が $\angle ACB$ を直角とする直角二等辺三角形となるように, 複素数 z の値を定めよ。

(2) $\triangle ABC$ が正三角形となるように, 複素数 z の値を定めよ。

6 次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ において,

$$x \log x \geq x - 1$$

となることを示せ。さらに、等号が成り立つときの x の値を求めよ。

(2) a, b は定数で、 $a > b > 0$ とする。 $x > 0$ に対して,

$$f(x) = \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$A(x) = \frac{2a^x}{a^x + b^x}, \quad B(x) = \frac{2b^x}{a^x + b^x}$$

とおく。

(i) $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{2x^2} \{A(x) \log A(x) + B(x) \log B(x)\}$ となることを示せ。

(ii) $f(x)$ は $x > 0$ において、増加することを示せ。

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ を示せ。