

弘前大学

平成 27 年度入学試験問題(前期)

数 学

新教育課程：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

旧教育課程：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、4 から 7 までの 4 問題が印刷されていて、合計 2 ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 各学部・学科・課程・専攻・専修等で課す問題は下に表示する。
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻算数・数学専修 4, 5, 6
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻理科専修 4, 5, 6
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻技術専修 4, 5, 6
医学部医学科 4, 5, 6
医学部保健学科放射線技術科学専攻 4, 5, 6
理工学部数理科学科 4, 5, 6, 7
理工学部物理科学科 4, 5, 6
理工学部物質創成化学科 4, 5, 6
理工学部地球環境学科 4, 5, 6
理工学部電子情報工学科 4, 5, 6
理工学部知能機械工学科 4, 5, 6
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

4 次の問いに答えよ。

(1) a を実数とする。 $\int_0^\pi \sin^2 ax \, dx$ を a を用いて表せ。

(2) 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ の増減を調べ、2つの数 59^{61} , 61^{59} の大小関係を決定せよ。

(3) $\lim_{k \rightarrow \infty} k^2 \int_1^{e^{\frac{1}{k}}} \frac{\log x}{x^k} \, dx$ を求めよ。ただし、 k は自然数を動くものとする。

5 次の問いに答えよ。

(1) $r > 0$ を定数とする。点 (x, y) が楕円 $4x^2 + y^2 = r^2$ 上を動くとき、 $6x + 4y$ のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) x, y がすべての実数値をとるとき、 $\frac{6x + 4y + 5}{4x^2 + y^2 + 15}$ の最大値と最小値を求めよ。

6 次の問いに答えよ。

(1) $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ のとき、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$-x^2 - x \leq \log(1-x) \leq -x$$

(2) 数列 $\{a_n\}$ を次によって定める。

$$a_1 = \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 1^2}\right)$$

$$a_2 = \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 2^2}\right) \left(1 - \frac{2}{2 \cdot 2^2}\right)$$

\vdots

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2n^2}\right) \left(1 - \frac{2}{2n^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{n}{2n^2}\right)$$

このとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

7 xy 平面において、曲線 $C: x^2 + y^2 = 1$ ($x \geq 0, y \geq 0$)、および

直線 $l: y = (\tan \theta)x$ を考える。ただし、 θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ をみたす定数とする。

S_1, S_2, S_3 を次によって定める。

S_1 : y 軸, 曲線 C , 直線 l で囲まれた部分の面積

S_2 : x 軸, 曲線 C , 直線 $x = \cos \theta$ で囲まれた部分の面積

S_3 : x 軸, 直線 l , 直線 $x = \cos \theta$ で囲まれた部分の面積

次の問いに答えよ。

(1) S_1 および S_2 を θ を用いて表せ。

(2) $S_1 = S_2$ となる θ が存在することを示せ。

(3) $S_1 = S_2 = S_3$ となる θ は存在しないことを示せ。