

弘前大学 一般

平成 24 年度入学試験問題(前期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、4 から 10 までの問題が印刷されていて、合計 4 ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 各学部・学科・課程・専攻・専修等で課す問題は下に表示する。
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻算数・数学専修 4, 5, 6
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻理科専修 4, 5, 6
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻技術専修 4, 5, 6
医学部医学科 7, 8, 9
医学部保健学科放射線技術科学専攻 4, 5, 6
理工学部数理科学科 4, 6, 8, 9, 10
理工学部物理科学科 4, 5, 6
理工学部物質創成化学科 4, 5, 6
理工学部地球環境学科 4, 5, 6
理工学部電子情報工学科 4, 5, 6
理工学部知能機械工学科 4, 5, 6
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

4 放物線 $y = x^2$ を C とし、放物線 $x - 3 = (y - 7)^2$ を D とする。 k は定数として直線 $y = 2x + k$ を L とする。 L と C は異なる 2 点 P, Q で交わり、 L と D は異なる 2 点 R, S で交わるとする。

- (1) k の値の範囲を求めよ。
- (2) 線分 PQ と線分 RS の長さの和が最大になるときの k の値を求めよ。

5 $f(x) = (x^2 + (2 - e)x + 1)e^x$ とする。ここで e は自然対数の底である。

- (1) 関数 $f(x)$ の極大値を求めよ。
- (2) 上で求めた極大値を b として、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = b$ で囲まれる部分の面積を求めよ。

6 座標平面に点 $E(1, 0)$, $F(1, 1)$, $F'(-5, 11)$ がある。さらに点 E' は第 1 象限にあり, O を原点とすると, 三角形 $OE'F'$ は角 E' が直角の二等辺三角形である。

- (1) 点 E' の座標を求めよ。
- (2) 点 E を点 E' に, 点 F を点 F' に移すような 1 次変換を f とする。 f を表す行列を求めよ。
- (3) 座標平面に三角形 OPQ があり, (2) の 1 次変換 f により点 P が点 P' に, 点 Q が点 Q' に移るとする。三角形 OPQ と三角形 $OP'Q'$ は相似であることを示せ。

7 次の問いに答えよ。

- (1) $x + y = \frac{1}{3}\pi$ のとき $\sin x + \sin y$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $\sin x + \sin y = \frac{8}{5}$ のとき $\sin(x + y)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

8 $f(\theta) = \cos 2\theta + 2\cos\theta$, $g(\theta) = \sin 2\theta + 2\sin\theta$ とする。

- (1) $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲において、関数 $f(\theta)$, $g(\theta)$ の増減を調べよ。
- (2) xy 平面上の曲線 $x = f(\theta)$, $y = g(\theta)$ ($-\pi \leq \theta \leq \pi$) で囲まれる図形の面積を求めよ。

9 xy 平面上の楕円 $4x^2 + 9y^2 = 36$ を C とする。

- (1) 直線 $y = ax + b$ が楕円 C に接するための条件を a と b の式で表せ。
- (2) 楕円 C の外部の点 P から C に引いた 2 本の接線が直交するような点 P の軌跡を求めよ。

10

n を自然数とする。袋の中に n 枚のカードが入っていて、それらに 1 から n までの自然数がひとつずつ書かれている。袋からカードを 1 枚取り出し、書かれている数を記録し、カードを袋に戻すという試行を 3 回繰り返す。3 回の試行で記録された数の最大値を X とするとき、 X の期待値を求めよ。