



過去問ライブラリー

Powered by 全国大学入試問題正解

広島大学

数学

問題

2018年度入試

- 【学部】** 総合科学部、教育学部、理学部、医学部、歯学部、薬学部、工学部、生物生産学部、情報科学部
- 【入試名】** 前期日程
- 【試験日】** 2月25日



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

I 次の問い合わせよ。

- (1) 次の条件(A)を満たす座標平面上の点(u, v)の存在範囲を図示せよ。
(A) 2次式 $t^2 - ut + v$ は、 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ を満たす実数 x, y を用いて $t^2 - ut + v = (t-x)(t-y)$ と因数分解される。
- (2) 次の条件(B)を満たす座標平面上の点(u, v)の存在範囲を図示せよ。
(B) 2次式 $t^2 - ut + v$ は、 $0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$ を満たす実数 x, y を用いて $t^2 - ut + v = (t-x)(t-y)$ と因数分解される。
- (3) 座標平面上の点(x, y)が4点(0, 0), (1, 0), (1, 2), (0, 2)を頂点とする長方形の周および内部を動くとき、点(x+y, xy)の動く範囲の面積を求めよ。

2 複素数平面上の4点 A(α), B(β), C(γ), D(δ)を頂点とする四角形 ABCDを考える。ただし、四角形 ABCD は、すべての内角が 180° より小さい四角形(凸四角形)であるとする。また、四角形 ABCD の頂点は反時計回りに A, B, C, D の順に並んでいるとする。四角形 ABCD の外側に、4辺 AB, BC, CD, DA をそれぞれ斜辺とする直角二等辺三角形 APB, BQC, CRD, DSA を作る。次の問い合わせに答えよ。

- (1) 点 P を表す複素数を求めよ。
- (2) 四角形 PQRS が平行四辺形であるための必要十分条件は、四角形 ABCD がどのような四角形であることか答えよ。
- (3) 四角形 PQRS が平行四辺形であるならば、四角形 PQRS は正方形であることを示せ。

3 次の問い合わせに答えよ。

- (1) すべての実数 t に対し、 $1 + t \leq e^t$ が成り立つことを示せ。
- (2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \sin x} dx$ の値を求めよ。
- (3) 次の不等式を示せ。

$$\frac{\pi}{4} - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{-\sin x} dx \leq 2 - \sqrt{2}$$

4 0, 1, 2, 3 の数字が一つずつ書かれた4枚のカードがある。この中から1枚を取り出し、書かれた数字を見て元に戻す。この操作を N 回繰り返し、カードに書かれた数字を順に Z_1, Z_2, \dots, Z_N とする。ここで、 N は3以上の自然数である。さらに、複素数

$$\alpha = \cos \frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi$$

を用いて、項数 N の数列 $\{X_n\}$ を

$$X_1 = \alpha^{Z_1}, X_{n+1} = X_n \alpha^{Z_{n+1}} \quad (n = 1, 2, \dots, N-1)$$

により定める。 $n = 1, 2, \dots, N$ に対し、 $X_n = \alpha$ となる確率を P_n とし、 $X_n = \alpha^2$ となる確率を Q_n とする。次の問い合わせに答えよ。

- (1) P_1 を求めよ。
- (2) $n = 1, 2, \dots, N-1$ とする。 $\alpha^{Z_{n+1}} = 1$ となる確率を求めよ。
- (3) $n = 1, 2, \dots, N$ とする。 $X_n = 1$ となる確率を、 P_n と Q_n を用いて表せ。
- (4) $n = 1, 2, \dots, N-1$ に対し、 P_n を用いて P_{n+1} を表せ。
- (5) $n = 1, 2, \dots, N$ に対し、 P_n を求めよ。

5 座標平面上で、曲線 $C: y = x^3 - 3x$ と、 $b > a^3 - 3a$ を満たすように動く点 P(a, b)を考える。また、点 P に対し、二つの不等式

$$|x - a| \leq 1, |y - b| \leq 1$$

によって表される座標平面上の領域を B とする。領域 B と曲線 C に対して、 B と C が共有点 Q をもち、さらに B と C の共有点が B の境界線上にしかないとき、 B と C は点 Q で接するということにする。次の問い合わせに答えよ。

- (1) 曲線 C の概形をかき、さらに点 P の座標が $(-2, 3)$ のときの領域 B を図示せよ。
- (2) B と C が $x < -1$ の範囲にある点で接するように、点 P は動くとする。このときの点 P の軌跡を求めよ。
- (3) B と C がある点で接するように点 P は動くとする。このときの点 P の軌跡を求めよ。
- (4) (3) の点 P の軌跡は、ある関数 $y = f(x)$ のグラフで表すことができる。この $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能であることを示せ。