

島根大学

数学

問題

2019年度入試

- 【学部】 医学部、総合理工学部
- 【入試名】 前期日程
- 【試験日】 2月25日
- 【試験時間】 120分



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

- 1 三角形 $\triangle ABC$ の辺 BC , CA , AB の長さをそれぞれ a , b , c で表し, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさをそれぞれ A , B , C で表す. ただし, $a > b > c$ とする. 次の問いに答えよ.

(1) $\sqrt{\frac{ab}{2}} < b$ を示せ.

- (2) $\triangle ABC$ の外接円の半径を R とするとき, 次の等式が成り立つことを示せ.

$$c(1 - \cos B) - b(1 - \cos C) = 8R \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \sin \frac{B-C}{2}$$

- (3) 辺 AB 上の点 M と辺 AC 上の点 N を結ぶ線分 MN が $\triangle ABC$ の面積を 2 等分するとき,

$$MN^2 \geq bc(1 - \cos A)$$

が成り立つことを示せ.

- (4) $\triangle ABC$ の周上の 2 点 P と Q を結ぶ線分 PQ で, $\triangle ABC$ の面積を 2 等分するとき, 線分 PQ の長さの最小値を a , b , c を用いて表せ.

- 2 次の問いに答えよ.

- (1) 4 つの数字 0, 1, 2, 9 を並べてできる 4 桁の正の整数は全部でいくつあるか. ただし, 同じ数字を何度使ってもよいものとする.

- (2) 4 つの数字 0, 1, 2, 9 を並べてできる正の整数をすべて考えるとき, 1500 を初めて超えるのは小さい方から数えて何番目の数か. ただし, 同じ数字を何度使ってもよいものとする.

- (3) a , b , c , d はそれぞれ 0, 1, 2, 9 のいずれかの値をとるとし, 同じ値をとってもよいものとする. 放物線 $y = x^2 + 2ax + b$ と直線 $y = 2cx + d$ が共有点を持つような組 (a, b, c, d) は全部でいくつあるか.

- 3 2 つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を次のように定める.

$$a_1 = 2, b_1 = 2,$$

$$a_{n+1} = a_n + \frac{b_n}{4}, b_{n+1} = a_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $a_{n+1} + \alpha b_{n+1} = \beta(a_n + \alpha b_n)$ をみたす実数 α , β の 2 つの組 (α_1, β_1) と (α_2, β_2) を求めよ. ただし, $\alpha_1 < \alpha_2$ とする.

- (2) (1) で求めた α_1 に対して, 数列 $\{a_n + \alpha_1 b_n\}$ の一般項を求めよ.

- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ.

- (4) 座標平面において $O(0, 0)$, $A\left(1, -\frac{1}{2}\right)$, $C_n(a_n, b_n)$ とし, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC_n}$ をベクトル \overrightarrow{OA} と $\overrightarrow{OC_n}$ の内積とすると, 次の和を求めよ.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC_n}$$

- 4 関数 $f(x)$ ($x > 0$) と正の定数 a に対して, 等式

$$\int_a^x f(t) dt = (\log x)^2 - 2 \log x - 8$$

が成り立っているとする. ただし, 対数は自然対数とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 関数 $f(x)$ を求めよ.

- (2) 上の等式をみたす a をすべて求めよ.

- (3) $x > 0$ のとき, $\log x < \sqrt{x}$ であることを示し, 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ.

- (4) 関数 $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べ, そのグラフをかけ.