

島根大学

数学

問題

2016年度入試

【学部】 医学部、総合理工学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【問題解答前の確認事項】

〔注意〕 総合理工（数理・情報システム）学部は ②～⑤，医（医）学部は ①，③～⑤ を解答すること。



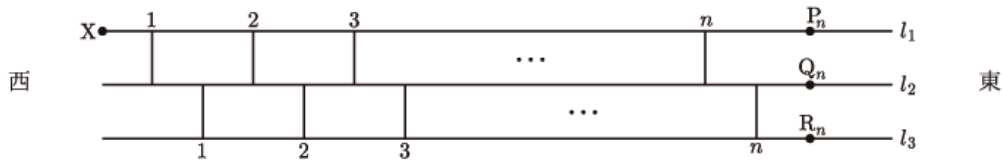
「過去問ライブラリーは、（株）旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、（株）旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

1 k を自然数とする. 次の問いに答えよ.

- (1) $\sqrt{n^2 + 7}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ.
- (2) $\sqrt{n^2 + 7^2}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ.
- (3) $\sqrt{n^2 + 7^k}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ.

2 n を自然数とする. 下図のように, 3本の平行な道路 l_1, l_2, l_3 があり, l_1, l_2 をつなぐ縦の道と, l_2, l_3 をつなぐ縦の道がそれぞれ n 本ずつ, 交互に配置されているとする.



次の規則に従い図の X から出発して P_n, Q_n, R_n に到達する経路の個数をそれぞれ a_n, b_n, c_n とする.
(規則) l_1, l_2, l_3 は一方通行であり, 西方向には進むことができない. また, 一度通った縦の道を再び通ることもできない.

次の問いに答えよ.

- (1) a_2, b_2 を求めよ.
- (2) a_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ.
- (3) $b_n = c_n$ が成り立つことを証明せよ.
- (4) $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_k, b_k, \dots$ と順に並べてできる数列を $\{f_n\} (n = 1, 2, 3, \dots)$ とする. f_{n+2} を f_n, f_{n+1} を用いて表せ. また, それを用いて a_7 を求めよ.

3 次の問いに答えよ.

- (1) 2次方程式 $t^2 + 5t + 2 = 0$ の解を α, β とするとき, $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ.
- (2) u, v を実数とする. 2次方程式 $t^2 - ut + v = 0$ が実数解をもつとき, 点 (u, v) の存在範囲を図示せよ.
- (3) 平面上の点 (a, b) が原点を中心とする半径1の円の内部を動くとき, 点 $(a+b, ab)$ の動いてできる領域を図示せよ.

4 複素数平面上に点 $O(0), P(-1 + \sqrt{3}i), Q(2)$ と, これら3点を通る円 C がある. ただし, i は虚数単位とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 複素数 $-1 + \sqrt{3}i$ を極形式で表せ. ただし, 偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする.
- (2) $\angle OPQ$ の大きさを求めよ.
- (3) 円 C と虚軸との交点のうち, O でない点を R とする. R を表す複素数を求めよ.
- (4) 円 C の中心を表す複素数を c とする. 点 z が円 C 上を動くとき, 複素数 $w = \frac{z-1}{z-c}$ がえがく図形を図示せよ.

5 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする. xy 平面上の曲線 $\frac{x^2}{\cos^2 \alpha} + \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ の $x \geq 0, y \geq 0$ の部分を $C(\alpha)$ とし, 曲線 $C(\alpha)$ と y 軸, および直線 $y = x$ で囲まれた図形を $D(\alpha)$ で表す. 次の問いに答えよ.

- (1) 曲線 $C(\alpha)$ と直線 $y = x$ の交点の座標を求めよ.
- (2) 図形 $D(\alpha)$ の面積 $S(\alpha)$ を求めよ.
- (3) 図形 $D(\alpha)$ を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積 $V(\alpha)$ を求めよ.
- (4) (2), (3) で求めた $S(\alpha), V(\alpha)$ に対して, $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\{V(\alpha)\}^2}{\{S(\alpha)\}^3}$ を求めよ.