

平成31年度入学試験問題

数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

注 意

- 1 問題冊子は1冊(2ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

数 学 (数学 I・数学 II・数学 III・数学 A・数学 B)

1

A と B の二人がじゃんけんをする。1 回ごとに、勝った方は 2 点、負けた方は 0 点、あいこの場合はどちらも 1 点ずつを得るものとする。 $n$  回目のじゃんけんを終えた時点での A の得点の合計を  $a_n$ 、B の得点の合計を  $b_n$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $a_3 = 3$  となる確率を求めよ。
- (2)  $a_5 = 5$  となる確率を求めよ。
- (3)  $a_5 \geq b_5$  となる確率を求めよ。

2

$a, b$  を正の数とする。数列  $\{x_n\}$  を

$$\begin{aligned}x_1 &= a, & x_2 &= b, \\x_{n+2} &= \frac{1 + x_{n+1}}{x_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)\end{aligned}$$

により定める。以下の問いに答えよ。

- (1)  $x_6, x_7$  を  $a, b$  を用いて表せ。
- (2)  $x_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) がすべて自然数になるような  $a, b$  の組をすべて求めよ。

3

次の3つの等式

$$z\bar{w} = \bar{z}w,$$

$$|z - 1| = 1,$$

$$|z - w| = 2$$

を満たす複素数  $z, w$  について、以下の問いに答えよ。ただし  $z \neq 0$  とし、 $z$  の偏角を  $\theta$  と表す。

- (1) 複素数平面において3点  $0, z, w$  は一直線上にあることを示せ。
- (2)  $z$  と  $w$  を  $\theta$  を用いて表せ。
- (3)  $\theta$  は  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとする。このとき  $w$  のとりうる値について、その虚部の最大の値を求めよ。

4

座標平面において線分  $L: y = x (0 \leq x \leq 1)$ 、曲線  $C: y = x^2 - x + 1 (0 \leq x \leq 1)$  および  $y$  軸で囲まれた図形を  $D$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $C$  上の点  $P(t, t^2 - t + 1)$  から  $L$  に下ろした垂線と  $L$  の交点を  $Q$  とする。線分  $OQ$  の長さ  $u$  を  $t$  で表せ。ただし  $O$  は原点とする。
- (2) (1) の  $P, Q$  について線分  $PQ$  の長さを  $t$  を用いて表せ。
- (3) 図形  $D$  を直線  $y = x$  のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。