

## 平成30年度入学試験問題

## 数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

## 注 意

- 1 問題冊子は1冊(2ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は、すべて指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。  
また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。  
ただし、裏面は採点の対象になりません。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

関数  $f(x) = (1+x)e^x$  について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(x) = 0$  を満たす  $x$  の値を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  について、原点を通るすべての接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  について、原点を通る接線のうち、接点の  $x$  座標が最大のものを  $L$  とする。曲線  $y = f(x)$  と直線  $L$  および  $x$  軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

2

図 1 のような経路の図があり、次のようなゲームを考える。最初は (A) から出発し、1 回の操作で、1 個のさいころを投げて、出た目の数字が矢印にあればその方向に進み、なければその場にとどまる。この操作を繰り返し、(D) に到達したらゲームは終了する。

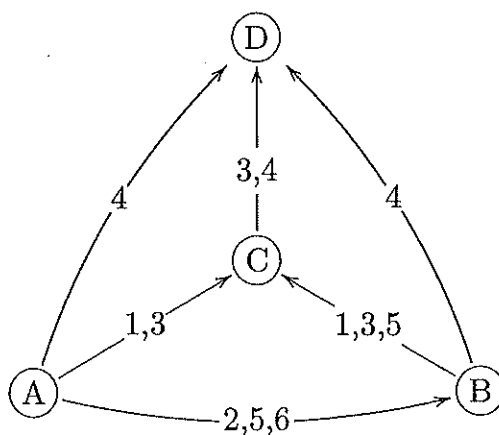


図 1: 経路の図

例えば (B) にいるときは、1,3,5 の目が出れば (C) へ進み、4 の目が出れば (D) へ進み、2,6 の目が出ればその場にとどまる。 $n$  を自然数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) ちょうど  $n$  回の操作を行った後に (B) にいる確率を  $n$  の式で表せ。
- (2) ちょうど  $n$  回の操作を行った後に (C) にいる確率を  $n$  の式で表せ。
- (3) ちょうど  $n$  回の操作でゲームが終了する確率を  $n$  の式で表せ。

3

$k$  を実数とし、 $x$  についての 2 次方程式

$$x^2 - kx + 3k - 4 = 0$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1)  $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$  が虚数解をもつような  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$  が虚数解  $\alpha$  をもち、 $\alpha^4$  が実数になるような  $k$  の値をすべて求めよ。

4

$xyz$  空間内に 3 点  $A(2, 0, 1)$ ,  $B(0, 3, -1)$ ,  $C(0, 3, -3)$  がある。線分  $BC$  上の点を  $P(0, 3, s)$  とおく。線分  $AP$  を  $t : (1-t)$  に内分する点を  $Q$  とする。ただし、 $t$  は  $0 < t < 1$  を満たす。点  $Q$  を中心とする半径 3 の球面を  $K$  とし、球面  $K$  と  $xy$  平面が交わってできる円の面積を  $S_1$ 、球面  $K$  と  $yz$  平面が交わってできる円の面積を  $S_2$  とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) 球面  $K$  の方程式を求めよ。
- (2)  $S_1$  を  $s$  と  $t$  の式で表せ。
- (3) 点  $P$  は線分  $BC$  上で固定し、点  $Q$  は線分  $AP$  上を動くものとする。 $S_1 + S_2$  が最大値をとる  $t$  を  $s$  の式で表せ。
- (4) (3) において点  $Q$  が線分  $AP$  の中点であるときに  $S_1 + S_2$  が最大値をとるとする。このときの  $s$  の値を求めよ。