岡山大学　医学部 歯学部
前期

# 平成２７年度入学試験問題

# 数　学

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B）

## 注　意

1　問題冊子は1冊（2ページ），解答用紙は4枚，下書き用紙は3枚です。

2　問題冊子の印刷不良，ページの落丁・乱丁，及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。

4　解答は，すべて解答用紙の指定されたところに書きなさい。また，答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。ただし，解答用紙の裏面は採点の対象になりません。

5　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

# 数　学（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B）

## 1

$n$ を 2 以上の自然数とし，1 から $n$ までの自然数 $k$ に対して，番号 $k$ をつけたカードをそれぞれ $k$ 枚用意する。これらすべてを箱に入れ，箱の中から 2 枚のカードを同時に引くとき，次の問いに答えよ。

(1) 用意したカードは全部で何枚か答えよ。

(2) 引いたカード 2 枚の番号が両方とも $k$ である確率を $n$ と $k$ の式で表せ。

(3) 引いたカード 2 枚の番号が一致する確率を $n$ の式で表せ。

(4) 引いたカード 2 枚の番号が連続している確率（すなわち，2 つの番号の差の絶対値が 1 である確率）を $n$ の式で表せ。

## 2

座標空間内に 3 点 A (1, 0, 0)，B (0, 1, 0)，C (0, 0, 1) をとり，2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}$ の内積が 0 になるような点 P $(x, y, z)$ の集合を $S$ とする。3 点 A，B，C を通る平面を $\alpha$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 集合 $S$ は球面であることを示し，その中心 Q の座標と半径 $r$ の値を求めよ。

(2) 原点 O から最も遠い距離にある $S$ 上の点の座標を求めよ。

(3) (1) で求めた点 Q は，平面 $\alpha$ 上にあることを示せ。

(4) (1) で求めた点 Q を通って平面 $\alpha$ に垂直な直線を $\ell$ とする。球面 $S$ と直線 $\ell$ のすべての共有点について，その座標を求めよ。

**3**

自然数 $n = 1, 2, 3, \cdots$ に対して，関数 $f_n(x) = x^{n+1}(1-x)$ を考える。

(1) 曲線 $y = f_n(x)$ 上の点 $(a_n, f_n(a_n))$ における接線が原点を通るとき，$a_n$ を $n$ の式で表せ。ただし，$a_n > 0$ とする。

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ の範囲で，曲線 $y = f_n(x)$ と $x$ 軸とで囲まれた図形の面積を $B_n$ とする。また，(1) で求めた $a_n$ に対して，$0 \leqq x \leqq a_n$ の範囲で，曲線 $y = f_n(x)$，$x$ 軸，および直線 $x = a_n$ で囲まれた図形の面積を $C_n$ とする。$B_n$ および $C_n$ を $n$ の式で表せ。

(3) (2) で求めた $B_n$ および $C_n$ に対して，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{C_n}{B_n}$ を求めよ。
ただし，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ が自然対数の底 $e$ であることを用いてよい。

**4**

座標空間内の 8 点

$(0, 0, 0)$，$(1, 0, 0)$，$(1, 1, 0)$，$(0, 1, 0)$，$(0, 0, 1)$，$(1, 0, 1)$，$(1, 1, 1)$，$(0, 1, 1)$

を頂点とする立方体を考える。$0 < t < 3$ のとき，3 点 $(t, 0, 0)$，$(0, t, 0)$，$(0, 0, t)$ を通る平面でこの立方体を切った切り口の面積を $f(t)$ とし，$f(0) = f(3) = 0$ とする。関数 $f(t)$ について，次の問いに答えよ。

(1) $0 \leqq t \leqq 3$ のとき，$f(t)$ を $t$ の式で表せ。

(2) 関数 $f(t)$ の $0 \leqq t \leqq 3$ における最大値を求めよ。

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^3 f(t)\,dt$ の値を求めよ。