岐阜大学

数学

問題

2017年度入試

【学部】 教育学部、地域科学部、医学部、工学部、応用生物科学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【問題解答前の確認事項】

〔入試科目〕　(イ)数Ⅰ・Ⅱ・A (場 図)・B (列 ベ), (ロ)数Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A (場 図)・B (列 ベ). 工・医（医）・教育（数学）学部は(ロ), 地域科学・応用生物科学・医（看護）は(イ)を選択. 教育（数学以外）学部は(イ)(ロ)のどちらか１つを選択. ただし, 地域科学・医（看護）・教育（数学・理科・技術以外）は他教科との選択.

〔注意〕　(ロ)は 1 ～ 5, (イ)は 1 ～ 3, 6, 7 の合計５問を解答のこと.

1 1000 から 2017 までの 4 桁の整数について，以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) 3 と 4 の少なくとも一方で割り切れる整数の個数を求めよ．

(2) 1000 や 2002 のように異なる 2 種類の数字から成る整数の個数を求めよ．

(3) 2017 のように異なる 4 種類の数字から成る整数の個数を求めよ．

2 xy 平面上に原点 O を中心とした半径 2 の円 C がある．$p>2$ とし，点 $\mathrm{P}(p,\ 0)$ を通り，円 C に接する 2 本の直線を考える．これらの直線と円 C との接点を点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，点 $\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ $(a_2>b_2)$ とする．また三角形 ABP の重心を点 G とする．以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) 点 A と点 B の座標を p を用いて表せ．

(2) 点 G の座標を p を用いて表せ．

(3) 点 G が円 C の円周上にあるとき，$\angle\mathrm{APB}$ の大きさを求めよ．

(4) p が $p>2$ の範囲を動くとき，線分 OG の長さ d の最小値とそのときの p の値を求めよ．

3 n を 3 以上の整数とする．半径 1 の円に内接する正 n 角形の面積を I_n，外接する正 n 角形の面積を E_n とする．m を正の整数とし，$a_m=\cos\left(\dfrac{\pi}{3\cdot 2^m}\right)$ とおく．以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) $a_2=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ が成り立つことを示せ．

(2) I_n と E_n を，n と三角比を用いて表せ．

(3) $\sin\left(\dfrac{\pi}{3\cdot 2^m}\right)$ と $\tan\left(\dfrac{\pi}{3\cdot 2^m}\right)$ を，a_m を用いて表せ．

(4) 面積の比較により $\pi>I_n$ および $\pi<E_n$ となることを用いて，

$$3\cdot 2^m\sqrt{1-{a_m}^2}<\pi<3\cdot 2^m\frac{\sqrt{1-{a_m}^2}}{a_m}$$

が成り立つことを示せ．

(5) (4) を用いて，

$$3(\sqrt{6}-\sqrt{2})<\pi<12(2-\sqrt{3})$$

が成り立つことを示せ．

4 関数 $f(x)$ を

$$f(x)=e^{-x}|\sin x|$$

で定める．また，正の整数 n に対して

$$I_n=\int_{(n-1)\pi}^{n\pi}f(x)\,dx$$

とする．以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) I_1 の値を求めよ．

(2) I_n の値を求めよ．

(3) $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}I_k$ の値を求めよ．

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}S_n$ の値を求めよ．

5 複素数 z_n を

$$z_1=1,\quad z_{n+1}=a(z_n+1)\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

により定める．ただし，i を虚数単位とし，$a=\dfrac{i}{2}$ とする．以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) a の絶対値 $|a|$ と偏角 $\arg a$ を求めよ．ただし，偏角の範囲は $0\leqq\arg a<2\pi$ とする．

(2) $z_{n+1}+b=a(z_n+b)$ となる複素数 b を求めよ．

(3) z_n の実部 x_n，虚部 y_n を求めよ．

(4) (3) の x_n と y_n について，$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ と $\lim\limits_{n\to\infty}y_n$ をそれぞれ求めよ．

6 a を実数とする．xy 平面上の曲線 C を $y=x^3+(a-4)x^2+(-4a+2)x-2$ とする．以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) 曲線 C は，a の値に関係なく 2 定点を通る．その定点を A，B とするとき，点 A と点 B の座標を求めよ．

(2) 曲線 C が点 A，点 B とは異なる点で線分 AB と交わる a の範囲を求めよ．

(3) a が (2) で求めた範囲にあるとき，線分 AB と曲線 C で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

(4) (3) の S について，S の最小値とそのときの a の値を求めよ．

7 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1,\quad a_2 = 1,\quad a_{n+2} = a_{n+1}a_n + 1 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

によって定める．0 以上の整数 k に対して，k を 3 で割った余りを $R(k)$ とする．例えば，$R(5) = 2$ である．$b_n = R(a_n)$ とし，$s_n = b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_n$ とおく．以下の問に答えよ．　（配点比率 20%）

(1) $b_1,\ b_2,\ b_3,\ \cdots,\ b_8$ を求めよ．

(2) 0 以上の整数 $p,\ q$ に対して，$R(3p+q) = R(q)$ が成り立つことを示せ．

(3) $R(a_{n+1}a_n + 1) = R(b_{n+1}b_n + 1)$ が成り立つことを示せ．

(4) $b_{n+4} = b_n$ が成り立つことを示せ．

(5) 数列 $\{s_n\}$ の一般項を求めよ．