岐阜大学

数学

問題

2016年度入試

【学部】　教育学部、地域科学部、医学部、工学部、応用生物科学部

【入試名】　前期日程

【試験日】　2月25日

【問題解答前の確認事項】

〔入試科目〕　(イ)数Ⅰ・Ⅱ・A (場 図)・B (列 ベ)，(ロ)数Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A (場 図)・B (列 ベ)．工・医（医）・教育（数学）学部は(ロ)，地域科学・応用生物科学・医（看護）は(イ)を選択．教育（数学以外）学部は(イ)(ロ)のどちらか 1 つを選択．ただし，地域科学・医（看護）・教育（数学・理科・技術以外）は他教科との選択．

〔注意〕　(ロ)は 1 ～ 5，(イ)は 1 ～ 3，6，7 の合計 5 問を解答のこと．

1 当たりくじ k 本を含む n 本のくじがある．A，B，C の 3 人がこの順番で 1 本ずつくじを引く．ただし，$k+3 \leqq n$ であり，引いたくじはもとに戻さないものとする．以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) $k=1$ のとき，C が当たりくじを引く確率を求めよ．

(2) $k=2$ のとき，C が当たりくじを引く確率を求めよ．

(3) $k \geqq 3$ のとき，A，B がともに当たりくじを引く確率を求めよ．

(4) $k \geqq 3$ のとき，A がはずれくじを引き，かつ B が当たりくじを引く確率を求めよ．

(5) $k \geqq 3$ のとき，C が当たりくじを引く確率を求めよ．

2 α，β，a，b，c，d を実数とする．以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) 「すべての実数 x について $x^2+\alpha x+\beta>0$ である」が成り立つための α，β に関する条件を求めよ．

(2) 「すべての実数 y について $ay+b<0$ である」が成り立つための a，b に関する条件を求めよ．

(3) 「すべての実数 x，y について $x^2+4xy+4y^2+5x+cy+d>0$ である」が成り立つための c，d に関する条件を求めよ．

3 $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$ のとき，以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) θ の方程式 $\cos 3\theta+\cos\theta=0$ を解け．

(2) k を正の整数とする．θ の方程式

$$\cos 3\theta - k\cos\theta = 0$$

が解をもつ k を求めよ．また，そのときの解 θ を求めよ．

(3) m と n を正の整数とする．θ の方程式

$$m\cos\theta - 3\cos 3\theta + n(1+\cos 2\theta) = 0$$

が解をもつ m，n の組 $(m,\ n)$ を求めよ．また，そのときの解 θ を求めよ．

4 n を正の整数とする．$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k\cdot 2^k}$ とおく．以下の問に答えよ．ただし，$\log$ は自然対数を表す．（配点比率 20%）

(1) $1+x+x^2+\cdots+x^{n-1}=\frac{1}{1-x}-\frac{x^n}{1-x}$ を数学的帰納法を用いて証明せよ．ただし，$x \fallingdotseq 1$ とする．

(2) $\int_0^{\frac{1}{2}}(1+x+x^2+\cdots+x^{n-1})\,dx=\log 2-\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^n}{1-x}\,dx$ を示せ．

(3) $S_n=\log 2-\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^n}{1-x}\,dx$ を示せ．

(4) $0 \leqq \int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^n}{1-x}\,dx \leqq \frac{1}{2^n}\log 2$ を示せ．

(5) $\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 2^2}+\frac{1}{3\cdot 2^3}+\cdots$ の値を求めよ．

5 xy 平面上に，直線 $l: y=-x-2$ と点 $\mathrm{A}(1,\ 1)$ がある．点 A からの距離と直線 l からの距離が等しい点の軌跡を曲線 C とする．以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) 曲線 C の方程式を求めよ．

(2) 曲線 C と x 軸の共有点の座標を求めよ．

(3) 曲線 C と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ．

6 数列 $\{r_n\}$ を初項 $r_1=1$，公差 1 の等差数列とする．また，数列 $\{a_n\}$ を次の式で定める．

$$a_n={r_n}^2+\frac{1}{4} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) 一般項 a_n を求めよ．

(2) 円 $C_n: x^2+(y-a_n)^2={r_n}^2$ と放物線 $P: y=x^2$ の共有点の座標を求めよ．

(3) 円 C_n と円 C_{n+1} の共有点 $(x_n,\ y_n)$ の座標を求めよ．

(4) 円 C_1，C_2，C_3 と放物線 P の概形を描け．

7 $\triangle$OAB において，辺 OA を $1:3$ に内分する点を C，辺 OB を $1:2$ に内分する点を D，線分 AD の中点を E とする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする．以下の問に答えよ．（配点比率 20%）

(1) $\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(2) 直線 CE と辺 AB の交点を F とする．$\overrightarrow{\mathrm{CF}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(3) 辺 AB を $7:1$ に外分する点を G とする．$\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(4) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{CE}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(5) $\triangle$OAB を OA = OB となる直角二等辺三角形とするとき，$\angle$CEG の大きさを求めよ．