山梨大学　後期　**数　学**

注意事項

1. 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

2. 試験開始の指示があったら，すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し，**受験番号を「答案用紙」の６枚すべてに記入してください。**
   - 問題　1枚
   - 答案用紙　（数学その1）～（数学その6）　各1枚　計6枚
   - 計算用紙　（その1）～（その3）　各1枚　計3枚

   （この「注意事項」は「計算用紙（その3）」のうら面に印刷されています。）

3. 「問題」1枚と「答案用紙」6枚および「計算用紙」3枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

4. 解答は各答案用紙の指定された場所に書いてください。（数学その1）および（数学その2）では，おもて面に解答し，（数学その3）～（数学その6）では，うら面を使用する場合はその旨を記してください。

5. 「問題」1枚および「計算用紙」3枚は草案として使用してもかまいませんが，採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。

6. 試験終了後，**「答案用紙」6枚はすべて回収します。**上から（数学その1），（数学その2），…，（数学その6）の順に，おもて面を上にして，ひろげた状態で用紙の上下をそろえて6枚重ねてください。

7. すべての確認作業が終了するまで着席していてください。

平成30年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ク}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) $\displaystyle\int_0^{\pi} x\cos x\,dx = \boxed{\text{ア}}$ であり，$\displaystyle\int_0^{\pi} x^2\cos x\,dx = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+3x}{1-4x}\right)^{\frac{1}{x}} = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) 関数 $f(x)$ が任意の実数 x に対して $f(x)=\sin x+\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(t)\cos t\,dt$ を満たすとき，$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(t)\cos t\,dt = \boxed{\text{エ}}$ となる。

(4) 自然数 k に対して，k 次多項式 $P_k(x)$ は k 次の項の係数が 1 であり，次の恒等式を満たすとする。

$$(1-x^2)P_k''(x)-2xP_k'(x)+k(k+1)P_k(x)=0$$

このとき，$P_2(x)=\boxed{\text{オ}}$ であり，$P_3(x)=\boxed{\text{カ}}$ である。

(5) 座標空間において，3 点 $\mathrm{A}(1,0,0)$，$\mathrm{B}(0,2,0)$，$\mathrm{C}(0,0,3)$ を通る平面を α とする。α に関して原点 O と対称な点 D の座標は $\boxed{\text{キ}}$ であり，三角形 OCD の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。

2 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ケ}}$ から $\boxed{\text{ス}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) 実数 x, y が $x^2+xy+y^2=1$ を満たすとき，x^2+2xy の最大値は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(2) n を 3 以上の自然数とする。1 の n 乗根 $z_0, z_1, z_2, \cdots, z_{n-1}$ は $0=\arg z_0<\arg z_1<\cdots<\arg z_{n-1}<2\pi$ を満たすとする。$S_n=\dfrac{z_0-z_{n-1}}{z_0+z_{n-1}}+\displaystyle\sum_{m=1}^{n-1}\frac{z_m-z_{m-1}}{z_m+z_{m-1}}$ とし，S_n の虚部を I_n とする。このとき，$I_6=\boxed{\text{サ}}$ であり，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} I_n=\boxed{\text{シ}}$ である。

(3) $(1+5^{3^1}+25^{3^1})(1+5^{3^2}+25^{3^2})(1+5^{3^3}+25^{3^3})\cdots(1+5^{3^{98}}+25^{3^{98}})(1+5^{3^{99}}+25^{3^{99}})\cdot\dfrac{1}{1-5^{3^{100}}}=\boxed{\text{ス}}$ である。

3 A，B の 2 人が正四面体のサイコロとコインによってゲームをする。正四面体のサイコロの 4 つの面に 1, 2, 3, 4 の数字が書いてあり，サイコロを投げるとどの面も同じ確率で下に向き，下に向いた面に書かれた数を出た数とする。コインを投げると表と裏が出る確率が同じであり，表が出ると 1，裏が出ると 2 を出た数とする。A はサイコロを投げ，出た数の回数だけコインを投げて，そのコインの出た数の合計を得点とする。B はサイコロとコインを 1 回ずつ投げ，それぞれの出た数の積を得点とする。A の得点が B の得点より大きくなる確率を求めよ。

4 $0\leqq z+\overline{z}\leqq 1\leqq |z|$ を満たす複素数 z の集合を A とする。A を複素数平面上に図示せよ。また，z が領域 A を動くとき，$-z^{-1}$ が動く領域 B を複素数平面上に図示せよ。

5 $f(x)=\dfrac{1}{2}\log x-\dfrac{1}{4}x^2$ とする。曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{A}(x_0, y_0)$ における法線上に点 $\mathrm{B}(x_1, y_1)$ があり，$\mathrm{AB}=1$ かつ $y_1>y_0$ を満たす。x_0 が区間 $1\leqq x_0\leqq\sqrt{3}$ を動くとき，点 A の描く曲線を C_0，点 B の描く曲線を C_1 とする。

(1) 曲線 C_0 の長さを求めよ。

(2) x_1, y_1 を x_0 で表せ。

(3) 曲線 C_1 の長さを求めよ。

6 a, b を 2 以上の整数とする。$\log_a b$ が有理数ならば，正の整数 m, n と 2 以上の整数 c が存在して，$a=c^m$，$b=c^n$ と表されることを示せ。