山梨大学　後期

数　学

注意事項

1. 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

2. 試験開始の指示があったら，すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し，**受験番号を「答案用紙」の6枚すべてに記入してください。**
    - 問題　1枚
    - 答案用紙　(数学その1)～(数学その6)　各1枚　計6枚
    - 計算用紙　(その1)～(その3)　各1枚　計3枚

    (この「注意事項」は「計算用紙(その3)」のうら面に印刷されています。)

3. 「問題」1枚と「答案用紙」6枚および「計算用紙」3枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

4. 解答は各答案用紙の指定された場所に書いてください。(数学その1)および(数学その2)では，おもて面に解答し，(数学その3)～(数学その6)では，うら面を使用する場合はその旨を記してください。

5. 「問題」1枚および「計算用紙」3枚は草案として使用してもかまいませんが，採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。

6. 試験終了後，**「答案用紙」6枚はすべて回収します。**上から(数学その1)，(数学その2)，…，(数学その6)の順に，おもて面を上にして，ひろげた状態で用紙の上下をそろえて6枚重ねてください。

7. すべての確認作業が終了するまで着席していてください。

平成29年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{カ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) $a=\log_{10}\left(1+\dfrac{1}{3}\right)$, $b=\log_{10}\left(1+\dfrac{2}{3}\right)$ とおく。$\log_{10}2$, $\log_{10}3$ をそれぞれ a,b で表すと，$\log_{10}2=\boxed{\text{ア}}$，$\log_{10}3=\boxed{\text{イ}}$ となる。

(2) 正六面体の 8 個の頂点から異なる 3 点を無作為に選んだときに，その 3 点が正三角形をなす確率は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，直角二等辺三角形をなす確率は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) $\tan\theta=\sqrt{2}$ $(\pi<\theta<2\pi)$ のとき，$\tan\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=a+b\sqrt{2}$ (a,b は整数) と表すと，$\tan\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\boxed{\text{オ}}$ であり，$\tan\left(\dfrac{\theta}{2}+\dfrac{\pi}{8}\right)=c+d\sqrt{2}+e\sqrt{3}+f\sqrt{6}$ (c,d,e,f は整数) と表すと，$\tan\left(\dfrac{\theta}{2}+\dfrac{\pi}{8}\right)=\boxed{\text{カ}}$ となる。

2 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{キ}}$ から $\boxed{\text{コ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) 辺 AB と辺 AC の長さが等しい二等辺三角形 ABC を考える。辺 BC の長さを 1 とし，∠ABC の二等分線が辺 AC と交わる点を D とする。線分 BD の長さのとりうる範囲は，$\boxed{\text{キ}}<\mathrm{BD}<\boxed{\text{ク}}$ である。

(2) 次の等式が成り立つような a,b の値を求めると，$a=\boxed{\text{ケ}}$，$b=\boxed{\text{コ}}$ である。

$$ {}_{2017}\mathrm{C}_1+{}_{2017}\mathrm{C}_3+\cdots+{}_{2017}\mathrm{C}_{2k-1}+\cdots+{}_{2017}\mathrm{C}_{2015}+{}_{2017}\mathrm{C}_{2017}=2^a $$

$$ {}_{2017}\mathrm{C}_1-{}_{2017}\mathrm{C}_3+\cdots+(-1)^{k+1}{}_{2017}\mathrm{C}_{2k-1}+\cdots-{}_{2017}\mathrm{C}_{2015}+{}_{2017}\mathrm{C}_{2017}=2^b $$

3 表が赤で裏が紫のカードと表が白で裏が紫のカードがそれぞれ n 枚ずつあり，紫の面を上にしてカードの表が特定できない状態でテーブルの上に散らばっている。ただし，$n\geqq 4$ である。この $2n$ 枚から元に戻すことなく 1 枚ずつ無作為に取り出し表の色を見て，赤白どちらかの n 枚をすべて取り出すまで繰り返す。これを終えた時点で，テーブルに残った他の色のカードが 4 枚以下である確率を p_n とすると，$p_n=\dfrac{5n(3n-5)}{4(2n-1)(2n-3)}$ であることを示せ。また，$p_n>p_{n+1}>\dfrac{15}{16}$ $(n=4,5,6,\cdots)$ が成り立つことを示せ。

4 空間において，原点 O と点 A$(0,1,2)$ を通る直線を z 軸の周りに 1 回転させてできる面を円錐面 S と呼ぶ。点 B$\left(0,\dfrac{3}{10},-\dfrac{2}{5}\right)$ を通りベクトル $\vec{e}=(1,0,0)$ に平行な直線を l とする。l と点 F$\left(0,\dfrac{1}{5},-\dfrac{3}{5}\right)$ を含む平面を α とし，α 上の点 P が円錐面 S 上にあるとする。P から l に垂線を下ろし，l との交点を Q とするとき，PF = PQ であることを示せ。

5 正の整数 n に対して，区間 $0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ で連続な関数 $f_n(x)$ を

$$ f_n(x)=\begin{cases} a_n & (x=0) \\ \dfrac{\cos x\,\sin 2nx}{\sin x} & \left(0<x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} $$

と定義し，$I_n=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x)\,dx$ と定める。このとき，a_n を n の式で表せ。また，I_1, I_2 さらに I_n の値を求めよ。

6 素数 p,q に対して，$\sqrt{p}$ および $\sqrt{p}+\sqrt[3]{q}$ が無理数であることを示せ。