山梨大学　後期

# 数　　学

## 注意事項

1. 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

2. 試験開始の指示があったら，すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し，受験番号を「答案用紙」の６枚すべてに記入してください。

    - 問題　　　　　　　　　　　　　　　　　　　１枚
    - 答案用紙　（数学その１）～（数学その６）　各１枚　計６枚
    - 計算用紙　（その１）～（その３）　　　　　各１枚　計３枚

   （この「注意事項」は「計算用紙（その３）」のうら面に印刷されています。）

3. 「問題」１枚と「答案用紙」６枚および「計算用紙」３枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

4. 解答は各答案用紙の指定された場所に書いてください。（数学その１）および（数学その２）では，おもて面に解答し，（数学その３）～（数学その６）では，うら面を使用する場合はその旨を記してください。

5. 「問題」１枚および「計算用紙」３枚は草案として使用してもかまいませんが，採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。

6. 試験終了後，「答案用紙」６枚はすべて回収します。上から（数学その１），（数学その２），…，（数学その６）の順に，おもて面を上にして，ひろげた状態で用紙の上下をそろえて６枚重ねてください。

7. すべての確認作業が終了するまで着席していてください。

# 平成27年度入学者選抜試験問題（数学）

**1** 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) 自然数 $n$ に対して，方程式 $x^2+nx-n=0$ の実数解は $\alpha_n=\boxed{\text{ア}}$，$\beta_n=\boxed{\text{イ}}$ $(\alpha_n<\beta_n)$ である。数直線上の 2 点 $\mathrm{A}_n(\alpha_n)$, $\mathrm{B}_n(\beta_n)$ に対し，線分 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$ を $n:2$ に内分する点を $\mathrm{C}_n(\gamma_n)$ とするとき，数列 $\{\gamma_n\}$ の極限値は $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\gamma_n=\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) $m$ を実数とする。方程式 $x^2-2mx-4m+1=0$ が実数解をもつような $m$ の値の範囲は $\boxed{\text{エ}}$ である。また，この方程式が整数解をもつような整数 $m$ の値をすべて求めると $m=\boxed{\text{オ}}$ である。

(3) 方程式 $x^2+4y^2=1$ を満たす実数の組 $(x,y)$ について，$x^2+4xy+8y^2$ の最大値は $\boxed{\text{カ}}$ となる。

(4) $0<x<\dfrac{1}{2}$ を定義域とする関数 $f(x)=x\log x+(1-2x)\log(1-2x)$ が最小値をとるのは，$x=\boxed{\text{キ}}$ のときである。

**2** 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ク}}$ から $\boxed{\text{サ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) 空間において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(3,2,1)$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=(1,4,1)$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=(1,-1,5)$ とする。OA, OB を 2 辺とする平行四辺形の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。3 点 O, A, B を通る平面を $\alpha$ とする。点 C から平面 $\alpha$ に垂線を下ろし，平面 $\alpha$ との交点を H としたとき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ の成分表示は $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\boxed{\text{ケ}}$ となる。

(2) 座標平面上の 3 点 $\mathrm{A}(0,3)$, $\mathrm{B}(0,2)$, $\mathrm{C}(-1,1)$ と $x$ 軸上の点 $\mathrm{P}(x,0)$ を考える。$\angle\mathrm{APB}$（ただし，$0\leqq\angle\mathrm{APB}\leqq\pi$）が最大になるときの $x$ の値をすべて求めると，$x=\boxed{\text{コ}}$ である。また，$\angle\mathrm{APC}$（ただし，$0\leqq\angle\mathrm{APC}\leqq\pi$）が最大になるのは $x=\boxed{\text{サ}}$ のときである。

**3** $n$ を 3 以上の整数とする。半径 1 の円に内接する正 $n$ 角形を考える。正 $n$ 角形の $n$ 個の頂点 $\mathrm{A}_1,\mathrm{A}_2,\cdots,\mathrm{A}_n$ の中から異なる 3 点を無作為に選んで，これらを頂点とする三角形を作るとき，鋭角三角形になる確率を求めよ。ただし，鋭角三角形とは 3 つの内角がすべて $90^\circ$ より小さい三角形のことをいう。

**4** 座標平面において，$x$ 座標，$y$ 座標がともに 0 以上の整数である点の集合を $A$ とする。$A$ の各点 $(i,j)$ に実数 $a(i,j)$ が対応しており，$A$ に属する任意の $(i,j)$ に対して $a(i,j+1)=a(i+1,j)-a(i,j)$ が成り立っているとする。また，各 $k$ について $a_k=a(k,0)$ とする。$n$ が自然数のとき，$a(0,n)$ を $a_k$ $(k=0,1,2,\cdots\cdots)$ で表せ。

**5** $a,b$ を自然数とする。数列 $\{P_n\}$ を

$$P_n=\sqrt[n]{\frac{(an+bn)!}{(an)!\,n^{bn}}}\qquad(n=1,2,3,\cdots\cdots)$$

によって定める。この数列の極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}P_n$ を求めよ。

**6** $-0.03\leqq x\leqq 0$ のとき，つねに $kx-\dfrac{1}{l}x^2\leqq\log(1+x)\leqq kx-\dfrac{1}{m}x^2$ となるような自然数 $k,l,m$ を 1 組あげよ。また，$0.97^n<0.5$ となる最小の自然数 $n$ を求めよ。ただし，自然対数について $\log 2=0.693$ とする。