山梨大学 **数　学**

注意事項

1. 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始の指示があったら，すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し，**受験番号を「答案用紙」の7枚すべてに記入して下さい。**
   - 問題　1枚
   - 答案用紙　（数学その1）～（数学その7）　各1枚　計7枚
   - 計算用紙　（その1）～（その4）　各1枚　計4枚

   （この「注意事項」は「計算用紙（その4）」のうら面に印刷されています。）
3. 「問題」1枚と「答案用紙」7枚および「計算用紙」4枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は，手を挙げて監督者に知らせて下さい。
4. 解答は各答案用紙の指定された場所に書いて下さい。(数学その1）ではおもて面に解答し,（数学その1）以外では，うら面を使用する場合はその旨を記して下さい。
5. 「問題」1枚および「計算用紙」4枚は草案として使用してもかまいませんが，採点対象とはしません。必ず持ち帰って下さい。
6. 試験終了後，**「答案用紙」7枚はすべて回収します。** 上から（数学その1）,（数学その2）, ..., (数学その7）の順に，おもて面を上にして，ひろげた状態で用紙の上下を揃えて7枚重ねて下さい。
7. すべての確認作業が終了するまで着席していて下さい。

山梨大学

平成24年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 $\boxed{\quad ア \quad}$ から $\boxed{\quad カ \quad}$ にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

(1) 実数 x に関する 2 つの条件 $p: 4x^2-12x+5 \geqq 0$, $q: x^2-3ax \leqq 0$ を考える。p が q の必要条件にならないような定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad ア \quad}$ である。

(2) 平面上で点 $(1,1)$ および直線 $y=-x-2$ から等距離にある点の軌跡の方程式を $x^2+axy+by^2+cx+dy+e=0$ (ただし，a,b,c,d,e は実数) と書いたとき，$d=\boxed{\quad イ \quad}$ であり，$a+b+c+d+e=\boxed{\quad ウ \quad}$ である。

(3) 初項 $a_1=1$, 漸化式 $a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2a_n+3}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は，$a_n=\boxed{\quad エ \quad}$ である。

(4) 自然数 n に対して，$S_n=\displaystyle\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{\log k-\log n}{k}$ とするとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}S_n=\boxed{\quad オ \quad}$ である。

(5) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{15\pi}{4}}\{\sin x\cos^2 x+2\sin^3 x+3\sin^2 x\cos^2 x+4\sin^5 x\cos^2 x+5(x-2\pi)\sin^2 x\}\,dx=\boxed{\quad カ \quad}$ である。

2 $f(x)=(x-2)^2$ とする。1, 2, 3, 4 の数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードがある。無作為に 1 枚選んで，書かれた数を記録し，カードを戻す操作を 1000 回くり返す。1000 以下の自然数 n に対して，n 回目に記録された数を d_n とする。$x_1=d_1$, $y_1=f(x_1)$ とし，y_1 の期待値を e_1 とする。2 以上 1000 以下の自然数 n に対して，

$$x_n=\begin{cases} x_{n-1}+\dfrac{1}{2^{n-1}}d_n & (f'(x_{n-1})<0 \text{ のとき}) \\ x_{n-1} & (f'(x_{n-1})=0 \text{ のとき}) \\ x_{n-1}-\dfrac{1}{2^{n-1}}d_n & (f'(x_{n-1})>0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

および $y_n=f(x_n)$ とし，y_n の期待値を e_n とする。

(1) $x_{1000}>10$ となる確率が 0 になることを示せ。

(2) e_1, e_2 を求めよ。

(3) $1 \leqq n < 1000$ となる自然数 n に対して，$e_n \geqq e_{n+1}$ が成り立つことを示せ。

3 $f(m,n)=m^2-mn+n^2$ とおく。自然数 k に対して，平面上の点 (m,n) の集合 $X(k)=\{(m,n)\mid m,n \text{ は整数，} f(m,n)=k\}$ を考える。

(1) $X(k)$ は有限集合であることを示せ。また，$X(1)$ の要素をすべて求めよ。

(2) $k=2,4$ に対して，$X(k)$ の要素の個数をそれぞれ求めよ。

(3) 自然数 r に対して，$X(2^r)$ の要素の個数を求めよ。

4 次の各問いに答えよ。

(1) 微分可能な関数 $f(x)$ で，次の条件 (i), (ii) をともに満たす例を 1 つあげよ。

(i) すべての実数 x に対して，$f(x)>0$ かつ $f'(x)>0$ が成り立つ。

(ii) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{f(x)}=\infty$ かつ $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{f'(x)}{f(x)}=\infty$ が成り立つ。

(2) 関数 $f(x), g(x)$ は，すべての実数 x に対して $f(x)>0$ かつ $g(x)>0$ を満たし，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\infty$ かつ $\displaystyle\lim_{x\to\infty}g(x)=\infty$ が成り立つと仮定する。このとき，次の条件 (i), (ii) をともに満たす関数 $h(x)$ の例を $f(x), g(x)$ を用いて 1 つ作れ。

(i) すべての実数 x に対して，$h(x)>0$ が成り立つ。

(ii) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{h(x)}=\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{h(x)}{g(x)}=\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\{h(x)\}^4}{\{f(x)\}^3}=\infty$ が成り立つ。

山梨大学平成24年度入学者選抜試験答案用紙（数学その1）

1の解答を必ず解答欄内に書いて下さい。

(1)	ア		
(2)	イ		ウ
(3)	エ		
(4)	オ		
(5)	カ		

受験番号	小計

平成24年度入学者選抜試験答案用紙（数学その2）

2 の解答を書いて下さい。

受　験　番　号

小　　計

平成24年度入学者選抜試験答案用紙（数学その3）

2 の解答の**つづき**を書いて下さい。

受　験　番　号

平成24年度入学者選抜試験答案用紙（数学その4）

3 の解答を書いて下さい。

受　験　番　号

小　　計

平成24年度入学者選抜試験答案用紙（数学その5）

3 の解答の**つづき**を書いて下さい。

受　験　番　号

平成24年度入学者選抜試験答案用紙（数学その6）

4 の解答を書いて下さい。

受験番号	小　計

平成24年度入学者選抜試験答案用紙（数学その7）

4 の解答の**つづき**を書いて下さい。

受　験　番　号