山形大学

平成 31 年度入学者選抜試験問題

人文社会科学部人文社会科学科（総合法律コース，
地域公共政策コース，経済・マネジメントコース）
理学部理学科
医学部医学科
農学部食料生命環境学科

数　　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません．

2　この問題冊子の本文は**１ページ**から**６ページ**までです．

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください．

4　監督者の指示にしたがって，解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入してください．
大学受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります．

5　**人文社会科学部受験者**は，**第１問，第２問，第３問**の**３問**を解答してください．
理学部受験者は，**第１問，第３問，第４問，第５問**の**４問**を解答してください．
医学部受験者は，**第１問，第３問，第５問，第６問**の**４問**を解答してください．
農学部受験者は，**第１問，第２問，第３問，第４問**の**４問**を解答してください．

6　解答用紙の注意事項をよく読み，指示にしたがって解答してください．

7　定規は，使用してもかまいません．

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください．

第1問

3個のさいころ A, B, C を同時に投げる．それぞれのさいころの出る目を a, b, c で表す．このとき，次の問に答えよ．

(1) 3個のさいころの出る目すべてが奇数になる確率を求めよ．

(2) 出る目の積 abc が偶数または3の倍数になる確率を求めよ．

(3) 出る目の積 abc が偶数であったとき，出る目の和 $a+b+c$ が奇数になる条件付き確率を求めよ．

(4) 座標空間上の4点 $(0,\ 0,\ 0)$, $(a,\ 0,\ 0)$, $(0,\ b,\ 0)$, $(0,\ 0,\ c)$ を頂点とする三角錐の体積を V とする．

(i) V が自然数になる確率を求めよ．

(ii) V が自然数かつ $V > 12$ になる確率を求めよ．

第３問

座標空間において，原点をOとし，3点A, B, Cを

$$\mathrm{A}\left(4,\ \frac{16}{3},\ 0\right),\quad \mathrm{B}(-4,\ 3,\ 0),\quad \mathrm{C}(0,\ 0,\ c)$$

とする．ただし，$c>0$とする．△OABにおいて，辺OA，辺AB，辺BOを1：2に内分する点を，それぞれD, E, Fとする．線分AFと線分DEとの交点をPとし，線分OEと線分DFとの交点をQとする．また，線分CQの中点をRとし，線分CPを1：3に内分する点をSとする．このとき，次の問に答えよ．

(1) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$，内積$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$の値を求めよ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AF}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$を用いて表せ．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OS}}$を$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$を用いて表せ．

(4) $\overrightarrow{\mathrm{OS}}$と$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$が垂直であるとき，$c$の値を求めよ．

第５問

e は自然対数の底とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) a を実数とする．定積分 $\displaystyle\int_1^e t^{a-1}dt$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x)=\displaystyle\int_1^e t^{x-1}dt$ について，$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$ を求めよ．ただし，$e^x>x$ を用いてもよい．

(3) 関数 $g(x)=(x-1)e^x+1-\dfrac{x^2}{2}$ について，$g'(x)>0$ となる x の範囲をすべて求めよ．また，$g(x)>0$ となる x の範囲をすべて求めよ．

(4) 曲線 $y=g(x)$ と x 軸および２直線 $x=-1$，$x=1$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

(5) 関数 $f(x)-\dfrac{x}{2}$ が極値をもつかを調べ，極値をもたない場合は，その理由を述べよ．極値をもつ場合は，その極値をすべて求めよ．また，そのときの x の値を求めよ．

第6問

a と b を互いに異なる正の定数とする．双曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ と x 軸との交点を $\mathrm{A}(a,\ 0)$，$\mathrm{B}(-a,\ 0)$ とする．x_1 を $|x_1|>a$ を満たす実数とし，双曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ と直線 $x=x_1$ との交点を $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{Q}(x_1,\ -y_1)$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 実数 x_1, y_1 を用いて，直線 AP と直線 BQ の交点 R の座標を表せ．

(2) (1) で求めた交点 $\mathrm{R}(x,\ y)$ の軌跡を求めよ．

(3) 原点 O を極とし，x 軸の正の部分を始線とする極座標を $(r,\ \phi)$ とする．(2) で求めた軌跡を極座標 $(r,\ \phi)$ を用いて表せ．

(4) (2) で求めた軌跡が表す図形を L とする．図形 L を，原点を中心にして反時計回りに角度 θ だけ回転させた図形を $L(\theta)$ とする．ただし，$0<\theta<\pi$ とする．図形 L と図形 $L(\theta)$ の交点の個数を n とするとき，これら n 個の交点の極座標を，定数 a, b および角度 θ を用いて表せ．

(5) (4) で求めた図形 L と図形 $L(\theta)$ の n 個の交点を $\mathrm{V}_1,\ \cdots,\ \mathrm{V}_n$ とし，それらの極座標を $\mathrm{V}_1(r_1,\ \phi_1),\ \cdots,\ \mathrm{V}_n(r_n,\ \phi_n)$ とする．ただし，$r_1,\ \cdots,\ r_n$ は正の数とし，$0 \leqq \phi_1 < \cdots < \phi_n < 2\pi$ とする．角度 θ を $0<\theta<\pi$ の範囲で動かしたとき，n 角形 $\mathrm{V}_1\cdots\mathrm{V}_n$ の面積の最小値を求めよ．また，そのときの θ の値を求めよ．