

# 山形大学

## 平成 27 年度入学者選抜試験問題 医学部医学科

# 数 学

## 前 期 日 程

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 4 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は「第 1 問」、「第 2 問」、「第 3 問」、「第 4 問」の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と大学受験番号を正しく記入しなさい。学部名と大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

## 第 1 問

次の各問に答えよ.

問 1 実数  $k$  に対し, 方程式  $x|1 - |x|| = k$  の異なる実数解の個数を求めよ.

問 2 赤玉  $a$  個, 白玉  $b$  個, 青玉  $c$  個が入っている袋があり, 次の (i), (ii), (iii) が成り立つとする.

(i) この袋から 1 個の玉を取り出すとき, 赤玉が出る確率は  $\frac{1}{2}$  である.

(ii) この袋から 2 個の玉を同時に取り出すとき, 赤玉と白玉が 1 個ずつ出る確率は  $\frac{1}{7}$  である.

(iii) この袋から 3 個の玉を同時に取り出すとき, 赤玉と白玉と青玉が 1 個ずつ出る確率は  $\frac{6}{35}$  である.

このとき,  $a, b, c$  を求めよ.

## 第2問

関数  $f(x) = x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$  について、次の問に答えよ。ただし、 $a_1, a_2, a_3$  は負の実数とする。

- (1)  $f'(x) = 0$  は正の実数解と負の実数解を1つずつもつことを示せ。  
 $f'(x) = 0$  の正の実数解を  $\alpha$ 、負の実数解を  $\beta$  とおくと、 $-\alpha < \beta$  を示せ。
- (2)  $f(x) = 0$  の正の実数解は、ただ1つであることを示せ。
- (3)  $f(x) + f(-x) < 0$  を示せ。
- (4)  $f(x) = 0$  の正の実数解を  $p$  とおく。  $x \leq -p$  のとき、 $f(x) < 0$  を示せ。
- (5)  $b_1, b_2, b_3, b_4$  を負の実数とする。関数  $g(x) = x^4 + b_1x^3 + b_2x^2 + b_3x + b_4$  に対し、 $g(x) = 0$  の正の実数解は、ただ1つであることを示せ。  $x < 0$  のとき、 $g(x) - g(-x) > 0$  を示せ。  $g(x) = 0$  の正の実数解を  $q$  とおく。  $x \leq -q$  のとき、 $g(x) > 0$  を示せ。

### 第3問

座標平面上の点  $(\sqrt{3}, 0)$  を A, 点  $(-\sqrt{3}, 0)$  を B とする. 点  $P(x_1, y_1)$  が楕円  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  上にあり,  $x_1 > 0, y_1 > 0$  とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1)  $|\overrightarrow{BP}|$  を  $x_1$  を用いて表せ.
- (2)  $|\overrightarrow{AP}| + |\overrightarrow{BP}|$  の値を求めよ.
- (3) 楕円上の点 P における接線  $l$  の方程式を求めよ.
- (4) 直線  $l$  の法線ベクトルの 1 つを  $\vec{n}$  とおく. このとき,  $\overrightarrow{AP}$  と  $\vec{n}$  のなす角は  $\overrightarrow{BP}$  と  $\vec{n}$  のなす角に等しいことを示せ.

## 第4問

曲線  $y = e^x$  上の点  $A(a, e^a)$  における接線  $l$  と  $x$  軸との交点を  $B(b, 0)$  とする。ただし、 $a > 1$  とする。この曲線と直線  $l$  および直線  $x = b$  で囲まれた図形を  $D$  とする。このとき、次の間に答えよ。

- (1)  $b$  を  $a$  を用いて表せ。
- (2) 図形  $D$  の面積  $S$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3) 定積分  $\int_{e^b}^{e^a} (\log y)^2 dy$  を  $a$  を用いて表せ。
- (4) 図形  $D$  を  $y$  軸のまわりに1回転してできる立体の体積  $V$  を  $a$  を用いて表せ。
- (5)  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{V}{ae^a}$  と  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{V}{aS}$  を求めよ。