

# 山形大学

平成 26 年度入学者選抜試験問題

医学部医学科

## 数 学

前 期 日 程

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 4 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は「第 1 問」、「第 2 問」、「第 3 問」、「第 4 問」の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と大学受験番号を正しく記入しなさい。学部名と大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

## 第1問

数直線上に点  $P$  があり, 最初は原点に位置している. 点  $P$  を次の試行にしたがって数直線上を動かす.

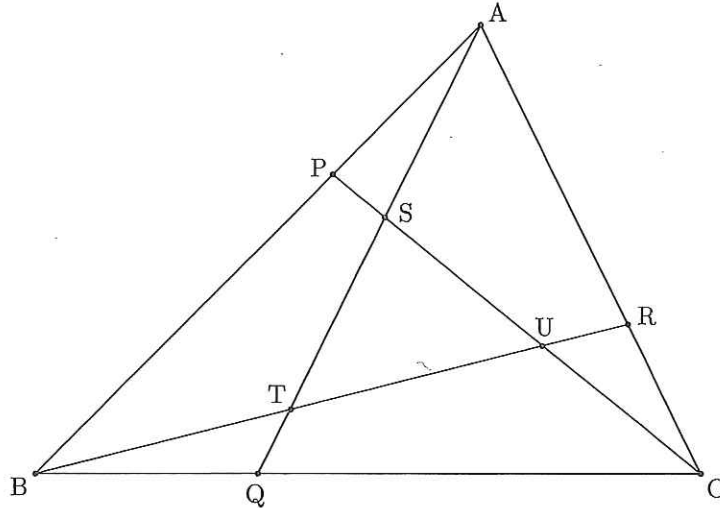
- (i) 赤い玉が 2 個, 白い玉が 1 個入った袋から玉を 1 個取り出す.
- (ii) 取り出した玉の色が赤ならば, 点  $P$  を正の向きに 1 だけ動かす.
- (iii) 取り出した玉の色が白ならば, 点  $P$  を負の向きに 1 だけ動かす.
- (iv) 取り出した玉は袋に戻す.

このとき, 次の問に答えよ.

- (1) この試行を 2 回くりかえしたとき, 点  $P$  の座標の期待値を求めよ.
- (2) 試行の回数が 4 回以内で, 点  $P$  の座標が 2 になる確率を求めよ.
- (3) 試行を  $n$  回行っても点  $P$  の座標が 1 度も  $-2$  にも 2 にもならない確率を求めよ.
- (4) 試行を  $n$  回行うとき, 点  $P$  の座標が 1 度も  $-2$  にならず, ちょうど  $n$  回目に初めて 2 になる確率を求めよ.

## 第2問

三角形 ABC の各辺 AB, BC, CA を 1 : 2 に内分する点をそれぞれ P, Q, R とする. AQ と CP の交点を S, BR と AQ の交点を T, CP と BR の交点を U とする.  $\vec{AB} = \vec{b}$ ,  $\vec{AC} = \vec{c}$  とするとき, 次の問に答えよ.



- (1)  $\vec{AQ}$  を  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ.
- (2) 点 Q を通り辺 AC と平行な直線と, BR の交点を V とするとき,  $\vec{VQ}$  を  $\vec{c}$  を用いて表せ.
- (3)  $\vec{AT}$  を  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ.
- (4)  $\vec{AS}$  を  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ.
- (5)  $|\vec{b}| = 1$ ,  $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$  であるとき,  $|\vec{ST}|$ ,  $|\vec{SU}|$ ,  $\angle TSU$  および三角形 STU の面積を求めよ.

### 第3問

関数  $f(x)$  を  $f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |x - 2t| \sin t \, dt$  で定める ( $0 \leq x \leq \pi$ ).

次の問に答えよ.

- (1) 次の不定積分を求めよ. ただし,  $a > 0$  とする.

$$\int t \sin at \, dt, \quad \int \sin^2 \frac{t}{2} \, dt.$$

- (2)  $f(x)$  の最小値を求め, そのときの  $x$  の値を求めよ.
- (3) 曲線  $y = f(x) - f(0)$  と  $x$  軸および直線  $x = \pi$  で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに回転して得られる回転体の体積  $V$  を求めよ.

## 第4問

行列  $A = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$  について、次の問に答えよ。ただし、 $n$  は自然数とする。

(1)  $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$  とするとき、 $P^{-1}AP$  を求めよ。

(2)  $A^n$  を求めよ。

(3) 数列  $\{a_n\}$  を漸化式  $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{7a_n - 4}{5a_n - 2}$  で定める。

(i)  $A^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$  とおくとき、 $A^{n+1} = AA^n$  であることと数学的

帰納法を用いて  $a_{n+1} = \frac{2p_n + q_n}{2r_n + s_n}$  が成り立つことを示せ。

(ii) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。