山形大学 一般 前期

# 平成２３年度入学者選抜試験問題

医学部医学科

# 数　　学

前　期　日　程

**注　意　事　項**

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません.

2　解答用紙４枚と下書き用紙４枚は問題冊子とは別になっています.

3　問題は[１]，[２]，[３]，[４]の４問です.

4　問題の解答を，それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい.

5　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください.

6　監督者の指示にしたがって，４枚の解答用紙それぞれに**学部名**と**大学受験番号**を正しく記入しなさい．**学部名**と**大学受験番号**が正しく記入されていない場合は，採点できないことがあります.

7　定規は，使用してもかまいません.

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください.

[1] 座標平面において，点 $(2,\ 0)$ を中心とする半径 2 の円を $C$ とする．点 $(1,\ 0)$ を通る直線 $l_1$ と円 $C$ との交点を A, B とし，点 $(3,\ 0)$ を通る直線 $l_2$ と円 $C$ との交点を P, Q とする．さらに，$l_1$ と $l_2$ は垂直に交わるとする．$l_1$ の傾きを $k$ で表す．このとき，次の問に答えよ．

(1) $l_1$ と $l_2$ の交点 D は円 $C$ の内部にあることを示せ．

(2) 弦 AB の長さを $k$ を用いて表せ．

(3) 弦 PQ の長さを $k$ を用いて表せ．

(4) 四角形 APBQ の面積の最大値を求めよ．

[2] 媒介変数 $t$ を用いて $x=t^2$, $y=t^3$ と表される曲線を $C$ とする．ただし，$t$ は実数全体を動くとする．また，実数 $a$ $(a \neq 0)$ に対して，点 $(a^2,\ a^3)$ における $C$ の接線を $l_a$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) $l_a$ の方程式を求めよ．

(2) 曲線 $C$ の $0 \leqq t \leqq 1$ に対応する部分の長さを求めよ．ただし，曲線 $x=f(t)$, $y=g(t)$ の $\alpha \leqq t \leqq \beta$ に対応する部分の長さは $\displaystyle\int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$ であたえられる．

(3) 曲線 $C$ と 直線 $l_1$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

(4) 曲線 $C$ と 直線 $l_1$ で囲まれた図形を $y$ 軸の周りに1回転してできる回転体の体積を求めよ．

[ **3** ] 座標平面上で原点を中心とする角 $\theta$ (ラジアン)の回転移動を表す行列を $R(\theta)$ とする．また，$0 < \theta < \pi$ $\left(\theta \neq \dfrac{\pi}{2}\right)$ となる $\theta$ に対し，直線 $y = (\tan\theta)x$ に関する対称移動を表す行列を $A(\theta)$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 行列 $X = R(\theta)^{-1}A(\theta)R(\theta)$ を求めよ．また，$s$ に対して $XR(s)X = R(t)$ を満たす $t$ を求めよ．ただし，$R(\theta)^{-1}$ は $R(\theta)$ の逆行列である．

(2) $0 < \alpha < \pi$, $0 < \beta < \pi$ $\left(\alpha,\ \beta \neq \dfrac{\pi}{2}\right)$ のとき，$A(\alpha)A(\beta)$ を求めよ．

(3) $0 < \beta < \dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ のとき，$A(\alpha)A(\beta) = A(\beta)A(\alpha)$ となるための必要十分条件を $\alpha$, $\beta$ を用いて表せ．

(4) $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}$ で，点 $(\tan\alpha,\ \tan\beta)$ が曲線 $y = \dfrac{3x-1}{x+3}$ 上にあるとき，次の ①，② に答えよ．

① $\tan(\alpha - \beta)$ の値を求めよ．

② $A(\alpha)A(\beta)$ を求めよ．

[ 4 ] 次の問に答えよ.

(1) 自然数 $p$, $q$ を自然数 $m$ で割ったときの余りをそれぞれ $r$, $s$ とする. このとき, $pq-rs$ は $m$ の倍数であることを示せ.

(2) $n$ が自然数のとき, $3^n$ を 4 で割ったときの余りを求めよ.

(3) $n$ を自然数とし, $r$ を実数とするとき, 二項展開を利用して

$$\sum_{k=1}^{n} {}_{2n}\mathrm{C}_{2k-1} \cdot r^{2k-1}$$

を求めよ.

(4) サイコロを $2n$ 回振り, 出た目をすべて掛け合わせた数を $X_n$ とする. 使用するサイコロの目は 1, 2, 3, 4, 5, 6 であり, どの目の出る確率も $\dfrac{1}{6}$ である. このとき, $X_n$ を 4 で割ったときの余りが 3 である確率 $P_n$ を求めよ.