

前期日程

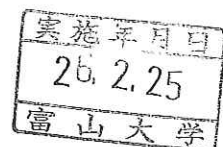
富山大学

医学部医学科試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。



□1 自然数  $n$  に対して,  $f_n(x) = \int_0^x \frac{dt}{(t^2+1)^n}$  とおく。このとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $f_1(1)$  を求めよ。

(2)  $g(x) = f_1\left(\frac{1}{x}\right)$  とおく。  $g'(x)$  を求め,  $x > 0$  のとき

$$f_1(x) + g(x) = \frac{\pi}{2}$$

が成り立つことを示せ。

(3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f_1(x)$  を求めよ。

(4) 部分積分法を用いて,

$$f_n(x) = \frac{x}{(x^2+1)^n} + 2nf_n(x) - 2nf_{n+1}(x)$$

が成り立つことを示せ。

(5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x) = \frac{2n-3}{2^{2n-2}} \binom{n-1}{n-2} \pi$  ( $n \geq 2$ ) であることを示せ。ただし,  ${}_m C_k = \frac{m!}{(m-k)!k!}$  とする。

(解答用紙は, □1 を使用せよ)

医 1

2 微分可能な関数  $f(x)$  と 2 つの定数  $p, q$  が次の条件を満たすとする。

「すべての実数  $x, y$  に対して、 $f(x+y) = pf(x) + qf(y)$  が成り立つ」

このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $f(0) \neq 0$  とする。

(a)  $p+q=1$  であることを示せ。

(b)  $f(x)$  は定数関数であることを示せ。

(2)  $f(0) = 0$  で  $f(x)$  が定数関数でないとする。

(a)  $p=1$  であることを示せ。

(b)  $a = f'(0)$  とするとき、 $f(x)$  を  $a$  を用いて表せ。

(解答用紙は、2 を使用せよ)

医 2

**3** 実数  $a, b, c$  ( $b \neq 0$ ) に対して, 次の問いに答えよ。

(1) 2次方程式  $x^2 - (a+c)x + ac - b^2 = 0$  は異なる2つの実数解をもつことを示せ。

(2) (1) の2つの実数解を  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とする。  $x$  についての恒等式

$$(x+p)(x-\alpha) - (x+q)(x-\beta) = 1$$

が成り立つとき, 定数  $p, q$  を  $\alpha, \beta$  を用いて表せ。

(3) 2次の正方行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$  と (2) の  $\alpha, p$  に対して,  $B = (A+pE)(A-\alpha E)$  とおく。このとき,  $B^2 = B$  であることを示せ。ただし,  $E$  は2次の単位行列である。

(解答用紙は, **3** を使用せよ)

**医 3**