

宮崎大学

数学

問題

2018年度入試

【学部】 教育学部、医学部、工学部、農学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【問題解答前の確認事項】

〔入試科目〕 工・医（医）・教育（学校教育〈小中一貫教育＝理系入試〉以上を④）学部は数Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A（場）（図）（整）・B（列）（べ）、
農・教育（④を除く）学部は数Ⅰ・Ⅱ・A（場）（図）（整）・B（列）（べ）農・教育（④を除く）学部は他教科との選択。

〔注意〕 工学部は①～⑤、医学部は②、④、⑥～⑧、教育学部（④）は③、⑤、⑦、⑨、農・教育（④を除く）学部は⑦、⑨、
⑩を解答。



「過去問ライブラリー」は、（株）旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、（株）旺文社または各情報提供者に帰属します。
本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。
各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。
掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

1 次の空欄を適切な数または数式で埋めよ。

(1) 関数 $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ の導関数は、 $f'(x) = \frac{\text{あ}}{\sqrt{1+x^2}}$ である。

(2) 関数 $f(x) = \frac{x}{\tan x}$ の導関数は、 $f'(x) = \frac{\text{い}}{\sin^2 x}$ である。

(3) 関数 $f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$ の不定積分は、 $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \text{う} + C$ である。ただし、 C は積分定数とする。

(4) 定積分 $\int_{-1}^1 \frac{x}{e^x} dx$ の値は え である。

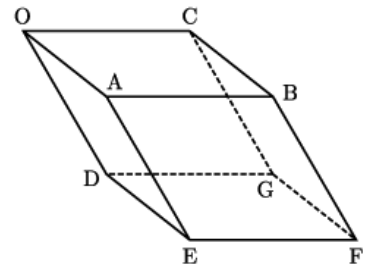
(5) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1+\sin x} dx$ の値は お である。

2 s, t を、 $s > 0, t > 0, s^2 + t^2 < 1$ を満たす実数とし、座標平面において、中心が点 $P(s, t)$ 、半径が 1 の円を C とする。 C と x 軸との交点を K, M とし、 C と y 軸との交点を L, N とする。ただし、 K の x 座標は M の x 座標より大きく、 L の y 座標は N の y 座標より大きいとする。四角形 $KLMN$ の面積を S とするとき、次の各問に答えよ。

(1) 面積 S を、 s, t を用いて表せ。

(2) 点 P が直線 $y = -x + 1$ 上を動くとき、面積 S の最大値を求めよ。

3 右図の平行六面体 $OABC-DEFG$ において、すべての面は 1 辺の長さが 1 のひし形とし、 $\angle AOC = \angle AOD = \angle COD = 60^\circ$ とする。線分 BE を 3:2 に内分する点を P とし、 $\vec{a} = \vec{OA}, \vec{c} = \vec{OC}, \vec{d} = \vec{OD}$ とするとき、次の各問に答えよ。



(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}, \vec{c} \cdot \vec{d}, \vec{d} \cdot \vec{a}$ の値を求めよ。

(2) \vec{OP} を、 $\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}$ を用いて表せ。

(3) 線分 BG を $t:(1-t)$ ($0 < t < 1$) に内分する点を Q とする。 $0 < t < 1$ を満たす t について、線分 PQ の長さを最小にする t の値と、そのときの線分 PQ の長さを求めよ。

4 2つの袋 A, B のそれぞれに、赤玉 1 個と白玉 2 個の合計 3 個が入っている。次のような試行を考える。袋 A から無作為に玉を 1 個取り出し、袋 B から無作為に玉を 1 個取り出す。

次に、上で袋 A から取り出した玉を袋 B に入れ、上で袋 B から取り出した玉を袋 A に入れる。

この試行を n 回 ($n \geq 1$) 行った後、袋 A の中を確認する。例えば、 $n = 2$ の場合、1 回目の試行で、袋 A から白玉、袋 B から赤玉を取り出し、2 回目の試行で、袋 A から白玉、袋 B から白玉を取り出したとすると、その結果、袋 A には赤玉が 2 個、白玉が 1 個入っている。

n 回の試行の後で、

袋 A に赤玉 1 個と白玉 2 個が入っている確率を P_n 、

袋 A に赤玉 2 個と白玉 1 個が入っている確率を Q_n 、

袋 A に赤玉が入っていない確率を R_n

とする。ただし、どの玉も同じ確率で取り出されるとする。このとき、次の各問に答えよ。

(1) P_1, Q_1, R_1 を求めよ。

(2) P_2 を求めよ。

(3) P_{n+1} を、 P_n を用いて表せ。

(4) P_n を求めよ。

5 関数 $f(x) = x \log x$ ($x > 0$) および座標平面上の曲線 $C: y = f(x)$ ($\frac{1}{e^2} \leq x \leq e$) について、次の各問に答えよ。

(1) 第 1 次導関数 $f'(x)$ 、第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

(2) $\frac{1}{e^2} \leq x \leq e$ において、関数 $f(x)$ の増減、極値、曲線 C の凹凸、および変曲点を調べて、 C の概形をかけ。

(3) 曲線 C と x 軸および 2 直線 $x = \frac{1}{e^2}, x = e$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

- 6 点 O を原点とする座標平面において、点 P は中心が O 、半径が 1 の円の周上を動き、点 Q は 4 点 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(-2, 0)$, $D(0, -2)$ を頂点とする四角形の周上を動くとする。ただし、 P, Q は $PQ = 2$ を満たすように動くとする。このとき、次の各問に答えよ。
- (1) 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ の最大値と最小値を求めよ。
 - (2) 直線 PQ と点 O の距離の最大値と最小値を求めよ。
- 7 平面上の三角形 ABC で、 3 辺の長さが $AB = 10$, $BC = 6$, $CA = 8$ であるものについて、外心を O 、内心を I とし、 O から I へのばした半直線と外接円との交点を M 、 I から O へのばした半直線と外接円との交点を N とする。このとき、次の各問に答えよ。
- (1) 三角形 ABC の外接円の半径 R と内接円の半径 r を求めよ。
 - (2) 線分 OI の長さを求めよ。
 - (3) 線分 IM, IN の長さを求めよ。
 - (4) 点 I を通る各直線 l に対し、 l が三角形 ABC の外接円によって切り取られる線分の長さを d とする。このとき、 d の最小値を求めよ。
- 8 関数 $f(x) = \frac{1}{\cos^3 x} \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$ および座標平面上的曲線 $C: y = f(x)$ について、次の各問に答えよ。
- (1) 関数 $f(x)$ の増減、極値、曲線 C の凹凸、および変曲点を調べて、 C の概形をかけ。
 - (2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos x} dx$ の値を求めよ。
 - (3) 曲線 C と x 軸、 y 軸および直線 $x = \frac{\pi}{3}$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。
- 9 次の各問に答えよ。
- (1) 十進法で表された整数 147 を、五進法と八進法で表せ。
 - (2) 五進法により 2 桁で表された正の整数で、八進法で表すと 2 桁となるものを考える。このとき、八進法で表したときの各位の数の並びは五進法で表されたときの各位の数の並びと逆順にはならないことを示せ。
 - (3) 五進法により 3 桁で表された正の整数で、八進法で表すと 3 桁となるものを考える。このとき、八進法で表したときの各位の数の並びが五進法で表されたときの各位の数の並びと逆順になるものをすべて求め、十進法で表せ。
- 10 関数 $f(x) = x^2 - 3x + 2$ および座標平面上的曲線 $C: y = f(x)$ について、次の各問に答えよ。
- (1) P を曲線 C 上の点とし、 P の x 座標を t とするとき、 P における C の接線の方程式を、 t を用いて表せ。
 - (2) 点 $(2, -1)$ から曲線 C に異なる 2 本の接線が引ける。それぞれの接線の方程式と接点の座標を求めよ。
 - (3) 曲線 C と、(2) で求めた 2 本の接線によって囲まれた部分の面積 S を求めよ。