宮崎大学

平成28年度入学試験問題

数学

(前期日程)

	学部等	ページ	解答用紙枚数
1	工学部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	1～5	4
2	医学部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	6～11	5
3	教育学部(中主免数学) **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	12～17	5
4	教育学部(中主免数学を除く) 農学部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B】**	18～21	3

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，志願したものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，採点の対象とはしないので，十分注意すること。また，解答は解答用紙の指定された解答欄に記入すること。
5. 試験中に問題冊子および解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁および汚損等がある場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

医　学　部

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

注　意　事　項

1. 問題は，1，2，3，4および5の5問ある。これら5問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

医　学　部

1 $y > 0$ とするとき，不等式

$$y^{\frac{2}{x}} + y^{-\frac{2}{x}} - 6\left(y^{\frac{1}{x}} + y^{-\frac{1}{x}}\right) + 10 \leqq 0$$

について，次の各問に答えよ。

(1) $X = y^{\frac{1}{x}} + y^{-\frac{1}{x}}$ とするとき，この不等式を，X を用いて表せ。

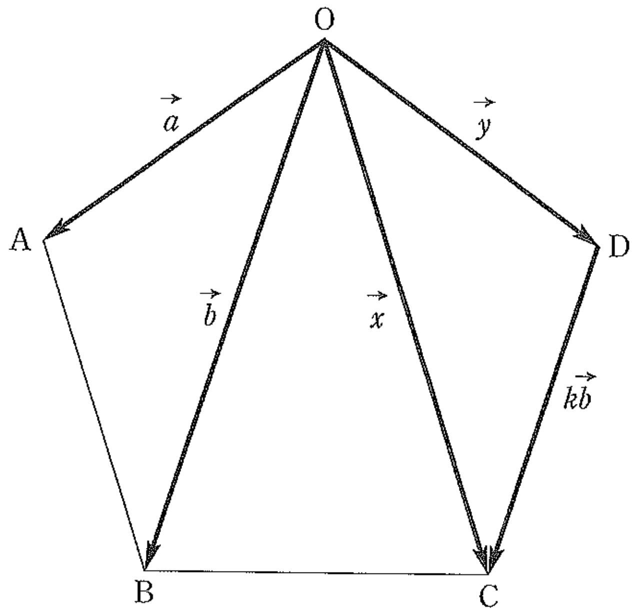
(2) この不等式を満たす点$(x,\ y)$の全体が表す図形を座標平面上に図示せよ。

医 学 部

2 一辺の長さ 1 の正五角形 OABCD について，OB と DC は平行である。

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{x},\ \overrightarrow{\mathrm{OD}}=\vec{y},\ \overrightarrow{\mathrm{DC}}=k\vec{b}\ （k \text{ は実数}）$$

とするとき，次の各問に答えよ。



(1) k の値を求め，$\vec{x}$，$\vec{y}$ を，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いてそれぞれ表せ。

(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

(3) $\vec{a}$ と $\vec{x}$ の内積を求めよ。

3　複素数 z の方程式 $z^3 + i = z^2 + iz$ （i は虚数単位）の3つの解を，その偏角 θ（ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$）の小さい順に α，β，γ とする。複素数平面上で，α，β，γ を表す点をそれぞれA，B，Cとし，直線ACに関してBと対称な点をD，直線ABに関してCと対称な点をEとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　α，β，γ を $x + yi$ （x，y は実数）の形でそれぞれ表せ。

(2)　△ABCの面積を求めよ。

(3)　複素数平面上で，3点A，D，Eを通る円周上のどの複素数 z も，$z\bar{z} + sz + t\bar{z} + u = 0$ を満たすような複素数の定数 s，t，u を求めよ。

医　学　部

4　AとBは，赤球2個と白球1個が入った袋をそれぞれ1つずつ持っている。次のような試行を考える。

AとBが，それぞれ自分の持っている袋の中から無作為に球を1つ選び，色を見てからもとの袋に戻す。

上の試行をn ($n \geqq 2$)回繰り返したとき，n回の試行の中でAとBが取り出した球の色が一致することが少なくとも1回起こるが続けては起こらない確率をP_nとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　1回の試行で，AとBが取り出した球の色が一致する確率を求めよ。

(2)　P_2，P_3を求めよ。

(3)　$n \geqq 4$のとき，

$$\mathrm{P}_n = \frac{4}{9}\mathrm{P}_{n-1} + \frac{20}{81}\mathrm{P}_{n-2} + \frac{5 \cdot 4^{n-1}}{9^n}$$

が成り立つことを示せ。

5　$k>0$，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。座標平面上の原点O，点A$(0,1)$に対し，第一象限の点Pを，$\angle \mathrm{AOP}=\theta$ を満たすように円 $D: x^2+y^2=1$ 上にとり，直線OPと直線 $x=k\theta$ との交点をQとする。θ を $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で動かすときの点Qの軌跡を曲線 $y=f(x)$ とし，関数 $y=g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ で定める曲線を C とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　$r(\theta)=\mathrm{OQ}$ とするとき，$\displaystyle\lim_{\theta\to+0} r(\theta)$ の値を求めよ。

(2)　点Qがつねに円 D の内部にあるための k の条件を求めよ。

(3)　関数 $g(x)$ の増減と凹凸を調べ，曲線 C の概形をかけ。

(4)　曲線 C と x 軸および2直線 $x=\dfrac{\pi}{4}k$，$x=\dfrac{\pi}{3}k$ とで囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を，k を用いて表せ。