宮崎大学

平成25年度入学試験問題

数学

(前期日程)

	学部等	ページ	解答用紙枚数
1	工学部 **【試験科目　数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	1～6	5
2	医学部 **【試験科目　数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	7～12	5
3	教育文化学部(中学数学) **【試験科目　数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	13～18	5
4	教育文化学部(初等教育・中学社会・中学理科・中学技術・中学家庭・特別支援・社会システム) 農学部 **【試験科目　数学Ⅱ・数学A・数学B】**	19～22	3

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，志願したものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，採点の対象とはしないので，十分注意すること。また，解答は解答用紙の指定された解答欄に記入すること。
5. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁及び汚損等がある場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

医　学　部

(数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

注　意　事　項

1. 問題は，1，2，3，4および5の5問ある。これら5問をすべて解答すること。

2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

医　学　部

1　平面上に，1 辺の長さが 1 の正三角形 ABC をとり，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{CA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{CB}}$ とおく。また，直線 AC，BC 上にそれぞれ点 P，Q を $\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\dfrac{1}{2}\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{CQ}}=2\vec{b}$ であるようにとる。線分 PQ の中点を R とし，直線 AB 上に点 D を $\mathrm{DR}\perp\mathrm{PQ}$ であるようにとる。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{CR}}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{DR}}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(3)　直線 DR と直線 BC の交点を E とするとき，線分 CE の長さを求めよ。

2　$0 < r < 1$ を満たす実数 r について，座標平面上に，2 点 $\mathrm{P}_1(1, 0)$ と $\mathrm{P}_2(1, r)$ がある。これらから点 $\mathrm{P}_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$ $(n = 2, 3, 4, \cdots)$ を次の規則に従って定める。

点 P_{n-1} から点 P_n に向かう方向を時計の針の回転と逆の向きに 90° 回転し，その方向に点 P_n から距離 r^n だけ進んだ点を P_{n+1} とする。

このとき，次の各問に答えよ。

(1)　点 P_4，P_8 の座標を，r を用いて表せ。

(2)　$x = \lim_{m \to \infty} x_{4m}$，$y = \lim_{m \to \infty} y_{4m}$ とするとき，点 $\mathrm{P}(x, y)$ の座標を，r を用いて表せ。

(3)　実数 r が $0 < r < 1$ の範囲を動くとき，(2)の点 P の軌跡を座標平面上に図示せよ。

3 次の各問に答えよ。

(1) 方程式 $2 \cdot 8^{x} - 3 \cdot 4^{x+1} + 5 \cdot 2^{x+1} + 24 = 0$ を満たすような実数xをすべて求めよ。

(2) 実数θに対し，関数 $f(\theta)$と$g(\theta)$ を，

$$f(\theta) = (\cos\theta)(\cos 2\theta)(\cos 3\theta)$$

$$g(\theta) = (\sin\theta)(\sin 2\theta)(\sin 3\theta)$$

とおくとき，次の(A)，(B)に答えよ。

(A) 関数 $f(\theta)$，$g(\theta)$ は，それぞれ

$$f(\theta) = p + q\cos 2\theta + r\cos 4\theta + s\cos 6\theta$$

$$g(\theta) = t + u\sin 2\theta + v\sin 4\theta + w\sin 6\theta$$

のように表されることを示せ。ただし，p，q，r，s，t，u，v，w はθによらない定数とする。

(B) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，方程式 $f(\theta) = g\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right)$ を満たすようなθをすべて求めよ。

4　$-1 < x < 1$ で定義される関数 $f(x) = 2x + \sqrt{5 - 5x^2}$ について，座標平面上の曲線 $C : y = f(x)$ を考える。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　曲線 C は上に凸であることを示し，$f(x)$ の最大値を求めよ。

(2)　曲線 C 上の点のうち，原点 O との距離が最大となる点を A，最小となる点を B とするとき，A，B の座標をそれぞれ求めよ。

(3)　(2)で求めた点 A，B について，線分 OA，線分 OB，および曲線 C で囲まれる部分の面積を求めよ。

5　最初，数直線上の原点に点Pを置き，コインを1回投げるごとに以下のように点Pの位置を定める。

① 点Pの座標が -2 以上 3 以下のとき，コインの表が出れば正の向きに1だけ点Pを進め，裏が出れば負の向きに1だけ点Pを進める。

② 点Pの座標が -3 または 4 のとき，コインの表裏にかかわらず点Pを動かさない。

コインを投げて①，②に従い点Pの位置を定める操作を6回行う。この6回の操作によって定めた点Pの最終的な位置の座標を a とする。ただし，コインの表と裏が出る確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　$a=-3$ となる確率と $a=4$ となる確率をそれぞれ求めよ。

(2)　a の期待値を求めよ。