奈良県立医科大学 推薦

平 成 30 年 度

試 験 問 題 ①

学 科 試 験

(9時 ~ 12時)

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．
2. 試験教科，試験科目，ページ，解答用紙および選択方法は下表のとおりである．

教 科	科 目	ページ	解答用紙数	選 択 方 法
数 学	数 学	1 ~ 12	2 枚	数学，英語は必須解答とする． 理科は左の3科目のうちから1科目を選択せよ．
英 語	英 語	13 ~ 16	3 枚	
理 科	化 学	17 ~ 26	2 枚	
	生 物	27 ~ 40	2 枚	
	物 理	41 ~ 50	1 枚	

3. 監督者の指示に従って，選択しない理科科目を含む全解答用紙(10枚)に受験番号と選択科目(理科のみ)を記入せよ．
   ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ．
   ② 理科は選択科目記入欄に選択する1科目を○印で示せ．

   上記①，②の記入がないもの，および理科2科目または理科3科目選択した場合は答案全部を無効とする．
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. 問題冊子の余白を使って，計算等を行ってもよい．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない．
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない．問題冊子は持ち帰ってよい．

物　理

【1】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ．

図1のように，点Oから水平右方向に距離 L〔m〕，鉛直上方向に距離 H〔m〕離れた点Aがあり，点Aから水平右方向に距離 D〔m〕離れて鉛直に立つ高い壁がある（$L>0$, $H>0$, $D>0$ とする）．

点Oから点Aに向けて，水平方向より角 θ〔rad〕だけ上向きに，初速度の大きさ v_0〔m/s〕で質量 m〔kg〕の小球を投げ出す（$\frac{\pi}{2}>\theta>0$, $v_0>0$ とする）．小球の大きさおよび空気抵抗は無視し，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする．

以下の問には，v_0 を用いずに答えよ．

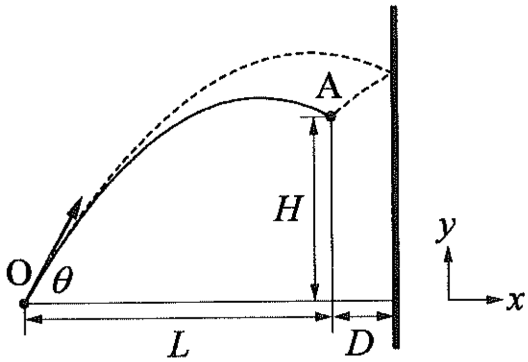

図1

Ⅰ）小球は放物運動をするが，小球が点Aを通過するのは，

$$v_0^2 = \boxed{\quad(1\cdot1)\quad}$$

のときであり，$v_0^2>0$ より，小球が点Aを通過するには，L, H, θ の間に

$$L > \boxed{\quad(1\cdot2)\quad}$$

の条件があることが分かる．

これ以降，$\theta=\frac{\pi}{3}(=60^\circ)$ とし，以下の問には，θ を用いずに答えよ．

II）小球が点Aを上方から通過する場合を考えよう．(1・2)で得られる条件には，小球が点Aを下方から通過する場合も含まれており，これを除く必要がある．

小球が点Aを上方から通過するには，放物運動の最高点(放物線の頂点)を通過した後に点Aを通過する必要があり，L, H の間に

$$L > \boxed{\quad (1\cdot 3) \quad}$$

の条件があることが分かる．また，この条件が満たされたとき，点Aを通過するときの小球の速度の水平方向成分を v_x〔m/s〕，鉛直方向成分を v_y〔m/s〕として(x, y の向きは**図1**を参照)，

$$\frac{v_y}{v_x} = \boxed{\quad (1\cdot 4) \quad} < 0$$

である．

(1・3)で得られる条件が満たされない場合には，小球を壁に衝突させてはね返らせ，小球が点Aを上方から通過するようにする．このとき，小球は点Aの上を通過してから壁に衝突するとし，壁との衝突の前後で小球の速度の水平方向成分は v'_x〔m/s〕から $-v'_x$ に変わり，鉛直方向成分は v'_y〔m/s〕で変わらないとする．

小球が，点Aの上を通過して壁に衝突してから，点Aを上方から通過するには，放物運動の最高点を通過した後に壁に衝突する必要があり，L, H, D の間に

$$D > \boxed{\quad (1\cdot 5) \quad}$$

の条件があることが分かる．

【2】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ．計算は文中に与えられた数値を用いて行い，-1.2 あるいは 3.4×10^{-5} のように，有効数字2桁で答えよ．

ロケット内の燃料がロケットの外へ放出されることによって，推進力が得られるとしよう．ロケット内には質量 m〔kg〕の燃料小片 N 個があり，燃料を除いたロケットの質量を m'〔kg〕とする．**図2**のように，燃料小片を1個ずつ，ロケットの運動の向きとは逆向きに，次々に放出する．燃料小片を1個放出後のロケットに対する放出された燃料小片の相対速度の大きさ u〔m/s〕は一定とする．

ロケットは直線上を運動するとし，重力や空気抵抗等の外力は無視する．

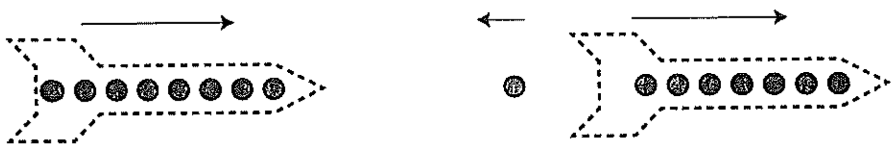

図2

I）ロケットの最初の質量を M_0〔kg〕，速度を v_0〔m/s〕とし，燃料小片を1個放出後のロケットの質量を M_1〔kg〕，速度を v_1〔m/s〕とする．運動量保存の法則より，m, M_1 を用いて，

$$M_0 v_0 = \boxed{\quad (2\cdot1) \quad}$$

が成り立つ．ここで，M_0, M_1, m の間の関係を用いると，v_1-v_0 の式が得られる．

この後，燃料小片を次々に放出するが，燃料小片を k 個放出後のロケットの質量を M_k〔kg〕，速度を v_k〔m/s〕として，燃料小片の放出前後での運動量保存の法則の式が，(2・1)と同様に，成り立つ．ここで，M_k と最初の質量 M_0 との比を $R_k=\dfrac{M_k}{M_0}$ とすると，u, R_k を用いて，

$$v_{k+1}-v_k = \boxed{\quad (2\cdot2) \quad}\times\frac{m}{M_0}$$

と表すことができる．この式を k を0から $N-1$ まで変えて並べ，これらの式の和をとれば，v_N-v_0 の式が得られる．

ここで，k に依らず，$\dfrac{m}{M_0} = R_k - R_{k+1}$ であり，これを ΔR とし，N が十分大きく，ΔR が十分に小さい場合を考える．この場合には，総和を積分で近似でき，

$$\left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \cdots + \frac{1}{R_{N-1}}\right)\frac{m}{M_0} = \sum_{k=0}^{N-1}\frac{\Delta R}{R_k} \fallingdotseq \int_{R_N}^{R_0}\frac{dR}{R} = -\log R_N$$

となる（$R_0 = 1$，$\log R_0 = 0$ である）．これより，u, R_N を用いて，

$$v_N - v_0 = \boxed{\quad (2\cdot3) \quad}$$

となる．なお，以下の数値計算では，$\log X = 2.3\log_{10} X$ として良い．

II) 具体的な例として，$Nm = 9m'$，$u = 3.0\times10^3$ **m/s** のロケットを考える．最初，ロケットは静止している，すなわち，$v_0 = 0.0$ **m/s** とすると，燃料小片 N 個すべて放出後のロケットの速さは，(2・3)より，

$$\boxed{\quad (2\cdot4) \quad}\ \mathbf{m/s}$$

である（(2・4)には，有効数字 2 桁の数値を記入する）．すなわち，ロケットの速さは第 1 宇宙速度 7.9×10^3 **m/s** に達しない．

そこで，全く同じロケットを 2 段重ねて静止させ，下にある第 1 段ロケットから燃料小片の放出を始める．そして，燃料小片 N 個すべての放出を終了した第 1 段ロケットを切り離し，それから，第 2 段ロケットの燃料小片の放出を始める．

第 1 段ロケットを切り離した直後の第 2 段ロケットの速度は切り離す前と変わらないとすると，第 2 段ロケットの燃料小片 N 個すべて放出後のロケットの速さは，$\log_{10} 5.5 = 0.74$ の数値を用いて，

$$\boxed{\quad (2\cdot5) \quad}\ \mathbf{m/s}$$

となる（(2・5)には，有効数字 2 桁の数値を記入する）．

【3】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ.

極板の面積が S〔$\mathbf{m^2}$〕の平行板コンデンサーがある．極板間の距離は変わらないとし，真空の誘電率を ε_0〔$\mathbf{F/m}$〕とする.

I）平行板コンデンサーに電池を接続し，電気量 Q〔$\mathbf{C}$〕が蓄えられた後，電池を切りはなす（$Q>0$ とする）．この平行板コンデンサーの極板間に不導体（誘電体）を入れ，極板間をすき間なく不導体で満たす．誘電分極により，不導体の表面に電荷 Q'〔$\mathbf{C}$〕が現れるが，電荷 Q が帯電している極板側の不導体の表面には電荷 Q'，電荷 $-Q$ が帯電している極板側の不導体の表面には電荷 $-Q'$ が現れるとする.

不導体中の電場の強さ E〔$\mathbf{V/m}$〕は，Q, Q' を用いて，

$$E = \boxed{\quad (3\cdot1) \quad}$$

と表される．一方，E は不導体の比誘電率 ε_r を用いて表すことができ，これらの式より，ε_r を用いて，

$$\frac{Q'}{Q} = \boxed{\quad (3\cdot2) \quad}$$

となる．ここで，電荷 Q' の符号を考えると，$\varepsilon_r > 1$ であることが分かる.

また，Q' は E に比例しており，

$$\frac{Q'}{E} = \boxed{\quad (3\cdot3) \quad}$$

である（(3・3)には，Q を用いない).

II）同じ平行板コンデンサーを 2 個用いて，比誘電率 ε_r を求めよう．**図 3** のように，一方は極板間をすき間なく比誘電率 ε_r の不導体で満たしてコンデンサー $\mathrm{C_1}$，もう一方はそのままでコンデンサー $\mathrm{C_2}$ とする.

最初に，コンデンサー $\mathrm{C_1}$ に電池を接続して充電し，その電位差 V_1〔$\mathbf{V}$〕を測定する．次に，コンデンサー $\mathrm{C_1}$ から電池を切りはなし，充電していない電位差 0 $\mathbf{V}$ のコンデンサー $\mathrm{C_2}$ をコンデンサー $\mathrm{C_1}$ に並列に接続する．しばらくすると，コンデンサー $\mathrm{C_1}$ と $\mathrm{C_2}$ の電位差は等しくなり，この電位差 V_2〔$\mathbf{V}$〕を測定する（$V_1>0$，$V_2>0$ とする).

コンデンサーC_1とC_2に蓄えられている電気量と電池を切りはなす前にコンデンサーC_1に蓄えられていた電気量との関係より，ε_rは，V_1, V_2を用いて，

$$\varepsilon_r = \boxed{\quad (3・4) \quad}$$

となる．また，$\varepsilon_r > 1$より，V_1, V_2の間には，

$$\boxed{\quad (3・5) \quad}$$

の関係があることが分かる((3・5)には，関係式を記入する)．

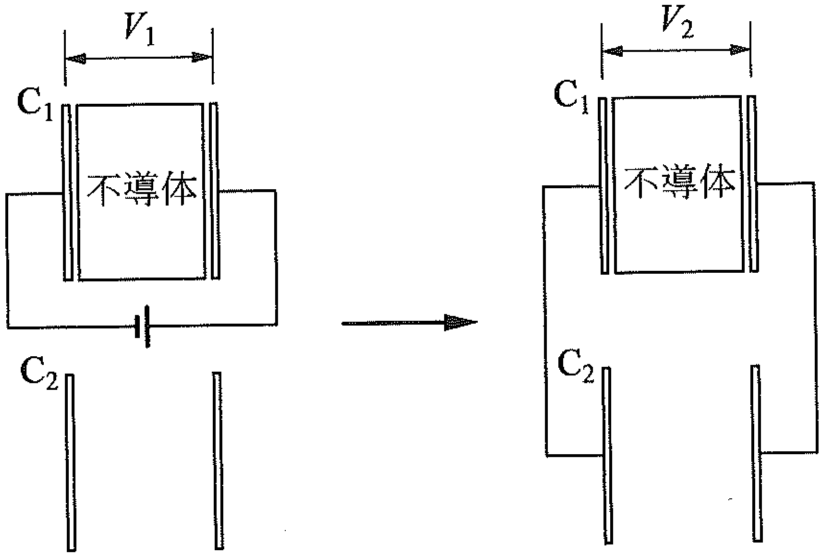

図 3

【4】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ．

図4のように，シリンダーに理想気体を入れ，質量 m〔kg〕で面積 S〔$\mathrm{m^2}$〕のピストンでふたをする．ピストンは，機密性を保ちながら，なめらかに動き，シリンダーとピストンの厚さは無視できるとする．装置全体は圧力 P_0〔Pa〕の気体中におかれている．

重力加速度の大きさを g〔$\mathrm{m/s^2}$〕，気体定数を R〔J/(mol·K)〕，理想気体の定積モル比熱を C_V〔J/(mol·K)〕とする．

図4

I) ピストンにはたらく力がつりあって静止しているとき，n〔mol〕の理想気体がシリンダー内にあり，その圧力は p〔Pa〕，温度は T〔K〕とすると，

$$p = \boxed{\quad (4 \cdot 1) \quad}$$

である．また，理想気体の状態方程式より，ピストンはシリンダーの底から

$$\boxed{\quad (4 \cdot 2) \quad} \text{〔m〕}$$

の距離にあることが分かる．

以下の問には，P_0 を用いずに答えよ．

II) シリンダー内の気体が断熱変化し，ピストンの位置がつりあいの位置から上の方に微小な変位 x〔m〕だけずれるとする．

熱力学の第１法則より，ずれによる温度の変化は

$$\boxed{\quad (4 \cdot 3) \quad} \ \text{〔K〕}$$

となる．ピストンの位置がずれた後の状態方程式において，ずれによる圧力の変化と x の積は小さいとして無視すると，ずれによる圧力の変化は

$$\boxed{\quad (4 \cdot 4) \quad} \ \text{〔Pa〕}$$

となる．

つりあいの位置でピストンに小さな速度を与えると，ピストンは単振動を始めた．このとき，気体は断熱変化しているとして，ピストンのつりあいの位置からのずれが x のときのピストンにはたらく力を(４・４)より求めると，復元力であることが分かる．これより，ピストンの単振動の角振動数は

$$\boxed{\quad (4 \cdot 5) \quad} \ \text{〔rad/s〕}$$

である．

【5】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または記号を記入せよ．計算は文中に与えられた数値を用いて行い，-1.2 あるいは 3.4×10^{-5} のように，有効数字 2 桁で答えよ．なお，1.0 **nm** は 1.0×10^{-9} **m**，1.0 **GHz** は 1.0×10^{9} **Hz** である．

I) 電子レンジで用いられているマイクロ波を利用して実験を行う．用いられているマイクロ波の振動数は 2.45 **GHz** であり，空気中の光速度を 3.00×10^{8} **m/s** で近似すると，このマイクロ波の波長は

$\boxed{(5・1)}$ **m**

となる((5・1)には，有効数字 2 桁の数値を記入する)．

直径 4 **mm** のガラス球に 0.01 **気圧** のネオン気体を封入した小ネオン球にマイクロ波を照射すると，可視光領域内の赤い色に近い発光を観測できることが知られている．ガラスのコップに，水を入れ，小ネオン球を数個入れる．そのコップを直径 28 **cm** のターンテーブル付きの家庭用電子レンジに入れて作動させ，水が沸騰したら停止し，100 °**C** 以上の高温にならないようにする．ただし，コップはターンテーブルの，中心からかなり離れた，外縁に近い位置に置かれ，電子レンジ作動中はターンテーブルとともに位置を変えている．

電子レンジの中にはマイクロ波の定常波が生じているとすると，電子レンジの作動中，小ネオン球は

(イ) 一定の明るさの光を発し続ける

(ロ) 明滅を繰り返す

(ハ) 一度だけ瞬間的に発光し，その後は発光しない

のうち，

$\boxed{(5・2)}$

である((5・2)には，選択肢の記号を記入する)．

分光器を用いて，小ネオン球の放つ可視光を測定し，波長ごとの光の強度(明るさ)，すなわち，スペクトルを求めると，

(イ) D 線と呼ばれる 589.6 **nm** と 589.0 **nm** の波長の強度が大きい

(ロ) 650 **nm** から 750 **nm** までの範囲の多数の波長の強度が大きい

(ハ) 404.7, 435.8, 546.1, 577.0, 579.1 **nm** の波長の強度が大きい

のうち，

(5・3)

である（(5・3)には，選択肢の記号を記入する）.

II) 水素原子のボーア模型において放出される光は離散的で，その波長 λ〔**nm**〕はリュードベリの式

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{\ell^2}-\frac{1}{n^2}\right), \quad R \fallingdotseq 1.10 \times 10^{-2}\ \mathbf{1/nm}$$

により与えられ，実際の水素原子のスペクトルの実測と良く一致することが知られている．ここで，R はリュードベリ定数と呼ばれ，自然数 n は光の放出前の電子の離散的なエネルギー準位を区別する量子数，自然数 ℓ は光の放出後の電子の離散的なエネルギー準位を区別する量子数である．

観測される可視光領域の放出光の量子数 n と波長 λ の数値（単位は **nm**）の正しい組み合わせは，

(イ) $(n, \lambda)=(2, 122)$　(ロ) $(n, \lambda)=(3, 656)$

(ハ) $(n, \lambda)=(4, 1870)$　(ニ) $(n, \lambda)=(5, 4050)$

(ホ) $(n, \lambda)=(6, 7460)$　(ヘ) $(n, \lambda)=(7, 12400)$

のうち，

(5・4)

である（(5・4)には，選択肢の記号を記入する）.

これより，観測される可視光領域の放出光の ℓ の値は

$\ell =$ (5・5)

であることが分かる．