奈良県立医科大学 推薦

平 成 29 年 度

試 験 問 題 ①

学 科 試 験

（9時 ～ 12時）

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．
2. 試験教科，試験科目，ページ，解答用紙および選択方法は下表のとおりである．

教 科	科 目	ページ	解答用紙数	選 択 方 法
数 学	数 学	1 ～ 14	1 枚	数学，英語は必須解答とする． 理科は左の3科目のうちから1科目を選択せよ．
英 語	英 語	15 ～ 18	2 枚	
理 科	化 学	19 ～ 30	2 枚	
	生 物	31 ～ 46	5 枚	
	物 理	47 ～ 56	1 枚	

3. 監督者の指示に従って，選択しない理科科目を含む全解答用紙（11枚）に受験番号と選択科目（理科のみ）を記入せよ．

   ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ．

   ② 理科は選択科目記入欄に選択する1科目を○印で示せ．

   上記①，②の記入がないもの，および理科2科目または理科3科目選択した場合は答案全部を無効とする．
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. 問題冊子の余白を使って，計算等を行ってもよい．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない．
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない．問題冊子は持ち帰ってよい．

物　理

【1】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ．

I) **図 1(a)** のように，無重力の真空中に x 座標をとり，x 軸上の正から負の方向に強さ E〔N/C〕の電界をかける．原点 O に質量 m〔kg〕，電荷 Q〔C〕の小球を固定した．ただし，$Q > 0$ とする．その小球には，一端を原点 O から距離 a〔m〕だけ離れた点 A に固定された，ばね定数 k〔N/m〕のばねが取り付けられている．ばねの自然長は a であり，ばねは電界の影響を受けない．また，小球は x 軸上のみを運動し，その大きさは無視できるとする．

小球の固定を解除し，ゆっくりとつりあいの位置まで移動させた．つりあいの位置でのばねは自然長より

$$\boxed{\quad (1\cdot1) \quad} \text{〔m〕}$$

だけ伸びた．次に，小球をつりあいの位置から x 軸上を原点 O までゆっくりと移動させて放すと，周期

$$\boxed{\quad (1\cdot2) \quad} \text{〔s〕}$$

の単振動をした．

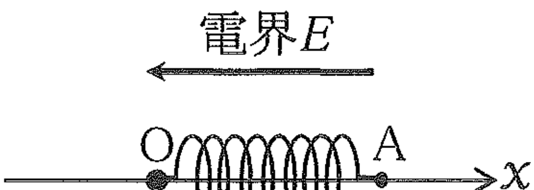

図 1(a)

II) **図 1(b)** のように，無重力の真空中に x 座標をとり，原点 O から距離 a だけ離れた x 軸上の点 A と点 B にいずれも電荷 Q をもつ点電荷を固定する ($Q > 0$)．点電荷間の静電気力に関するクーロンの法則の比例係数を k_0〔N·m²/C²〕とする．

点Aと点Bの間のx軸上に，原点Oから距離X〔m〕だけ離れた点Cがある．点Cにおける電界のx成分は，$+x$方向を正として，

(1・3)	〔N/C〕

となる．

この点Cに，質量m，電荷Qの小球を静かに置いて離す．小球はx軸上のみを運動するとする．また，Xはaに比べて十分小さく，$\dfrac{X}{a}$は1より十分小さいとして，$\left(\dfrac{X}{a}\right)^2 \fallingdotseq 0$と近似できる．

このとき小球はほぼ単振動し，この単振動の周期は

(1・4)	〔s〕

となる．また，小球が原点Oを通過するときの速さは

(1・5)	〔m/s〕

である．

図1(b)

【2】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ．

図2のように，質量がともに m〔kg〕の物体Aと物体Bがばねを通してつながっており，ばねの他端は壁に固定されている．ばね定数を表す量を k〔N/m〕として，ばね1とばね3のばね定数は $8k$，ばね2のばね定数は $5k$ である．また，ばねの自然長は3つのばね共通で ℓ〔m〕とする．左の壁Aから右の壁Bの間の長さは L〔m〕であり，物体の大きさは無視できるほど小さく，$L = 3\ell$ とする．ばねの重さや摩擦力は無視し，物体Aと物体Bにはたらくばねの弾性力だけを考えよう．

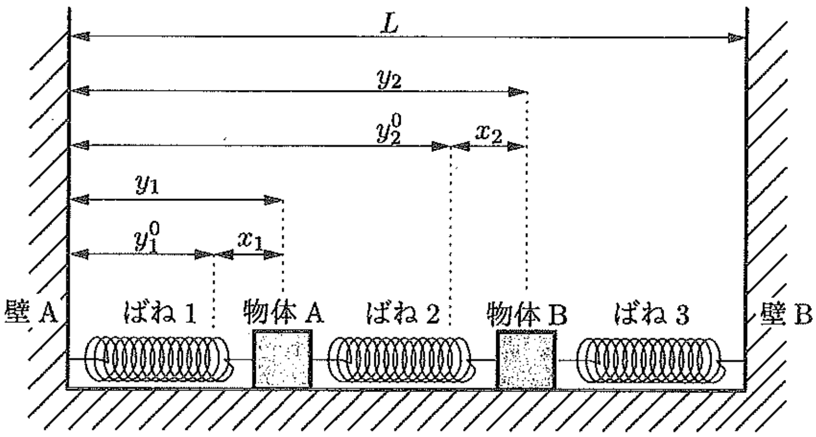

図2

I）物体Aおよび物体Bの左の壁Aからの距離をそれぞれ y_1〔m〕，y_2〔m〕とする．物体Aの左側面にはたらくばねの弾性力の大きさは

$\boxed{\quad(2・1)\quad}$ 〔N〕

であり，物体Bの右側面にはたらくばねの弾性力の大きさは

$\boxed{\quad(2・2)\quad}$ 〔N〕

である．また，物体Aの右側面および物体Bの左側面にはたらくばねの弾性力の大きさはともに

$$|5k(y_2 - y_1 - \ell)|$$

である．

これらの力の向きより，左の壁Aから右の壁Bへの向きの物体Aおよび物体Bの加速度を a_1〔m/s²〕，a_2〔m/s²〕として，物体Aおよび物体Bの運動方程式が得られる．ここで，物体Aおよび物体Bのつりあいの位置を y_1^0〔m〕，y_2^0〔m〕とし，つりあいの位置からの変位を x_1〔m〕，x_2〔m〕とする（$x_1 = y_1 - y_1^0$，$x_2 = y_2 - y_2^0$）．

物体Aおよび物体Bの運動方程式を並べてみると，これらの運動方程式は，定数 C_+, C_- およびばね定数を表す量 K_+〔N/m〕，K_-〔N/m〕を用いて，

$$m(a_1 + C_+ a_2) = -K_+(x_1 + C_+ x_2), \quad m(a_1 + C_- a_2) = -K_-(x_1 + C_- x_2)$$

と変形できることが分かり，$C_+ > 0$, $C_- < 0$ とすると，

$$C_\pm = \pm \boxed{\quad (2\cdot3) \quad}$$

である（複合同順）．これらの変形された運動方程式はともに単振動を表している．

II ）時刻を t〔s〕とし，$t < 0$ で物体Aは変位 x_1 が d〔m〕（$d > 0$）の位置，物体Bはつりあいの位置に固定されており，$t = 0$ に固定を静かに解除したとすると，

$$x_1 + C_+ x_2 = d\cos\left(\sqrt{\frac{K_+}{m}}\,t\right), \quad x_1 + C_- x_2 = d\cos\left(\sqrt{\frac{K_-}{m}}\,t\right)$$

となることが分かる．これより，x_2 の最大値は

$$\boxed{\quad (2\cdot4) \quad} \text{〔m〕}$$

であり，$t = 0$ から初めて x_2 が最大値となる時刻は，m, k を用いて，

$$\boxed{\quad (2\cdot5) \quad} \text{〔s〕}$$

となる．また，$t > 0$ で初めて $x_1 = d$ となる時刻は，m, k を用いて，

$$\boxed{\quad (2\cdot6) \quad} \text{〔s〕}$$

となる．

【3】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ．

図3のように，起電力 E〔V〕の電池に接続された導体板A，Bがある．これらの導体板間に，電荷 q〔C〕を帯びた導体板Dを挿入する．導体板A，B，Dは互いに平行であり，導体板AD間のコンデンサーの電気容量を C_1〔F〕，導体板DB間のコンデンサーの電気容量を C_2〔F〕とする．また，これら導体板は真空中にある．

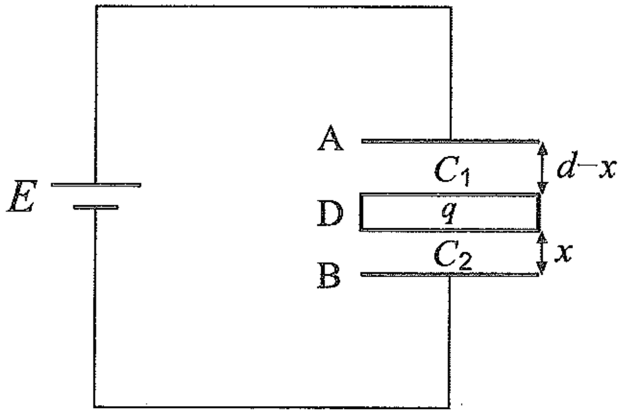

図3

I) 導体板Aの表面に蓄えられる電荷の大きさは

$\boxed{(3\cdot1)}$ 〔C〕

であり，導体板Bの表面に蓄えられる電荷の大きさは

$\boxed{(3\cdot2)}$ 〔C〕

である．これらより，導体板AD間およびDB間のコンデンサーに蓄えられたエネルギーを U〔J〕とすると，C_1, C_2 を用いて，

$U = \boxed{(3\cdot3)}$

となる．

II) 真空の誘電率を ε_0〔F/m〕，導体板 A，B，D の面積はいずれも S〔m^2〕とする．また，距離を表す量を d〔m〕，x〔m〕として，図 3 のように，導体板 AD 間の距離を $d-x$，導体板 DB 間の距離を x とすると $(d>x>0)$，

$$\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\boxed{\quad (3\cdot4) \quad}$$

が成り立つ．また，(3・3)の導体板 AD 間および DB 間のコンデンサーに蓄えられたエネルギー U は，C_1, C_2 を用いないで，

$$U=\boxed{\quad (3\cdot5) \quad}$$

と表される．これより，$\varepsilon_0, E, q, S, d$ を一定として x を変化させるとき，U が最大になるのは，x が

$$\boxed{\quad (3\cdot6) \quad}\ 〔\mathrm{m}〕$$

のときであることが分かる．

【4】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式または記号を記入せよ．

質量 m〔kg〕の分子 N 個からなる単原子分子理想気体が，半径 r〔m〕の球形容器に閉じ込められている．気体分子と球内壁は弾性衝突をし，気体同士の衝突は無視してよいとする．

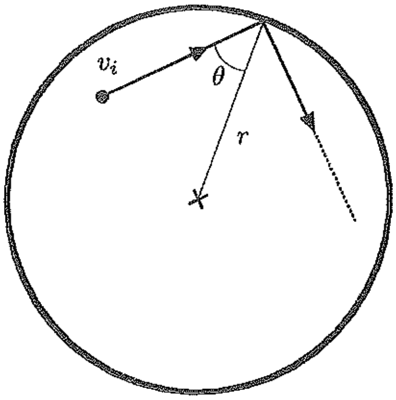

図 4(a)　球形容器(球の中心と気体分子 i を含む断面)．

I) 図 4(a) のように，速さ v_i〔m/s〕で運動する気体分子 i が，球内壁に対して角度 θ〔rad〕で入射したとする．この衝突で気体分子 i が球内壁に与える力積の大きさは

$\boxed{\quad (4 \cdot 1) \quad}$ 〔N·s〕

である．気体分子 i は時間 t〔s〕の間に

$\boxed{\quad (4 \cdot 2) \quad}$ 回

球内壁と衝突を繰り返すことになり，この間に球面に及ぼす(平均的な)力は

$\boxed{\quad (4 \cdot 3) \quad}$ 〔N〕

と計算される．

N 個の気体分子にわたっての速さの二乗平均を $\overline{v^2}$〔m²/s²〕とすると，

$$\overline{v^2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2$$

であり，球内壁が受ける圧力 p〔Pa〕は

$$p = N\overline{v^2} \times \boxed{\quad (4 \cdot 4) \quad}$$

と表される．理想気体の状態方程式を使えば，一分子あたりの運動エネルギーは，気体の温度 T〔K〕とボルツマン定数 k〔J/K〕を用いて，

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \boxed{\quad (4 \cdot 5) \quad}$$

となることが分かる．

II) **図 4(b)** のように，球の半径 r をゆっくりと縮めた．この圧縮は断熱変化とみなしてよく，圧力 p と球内の体積 V〔$\mathrm{m^3}$〕の間には，定積モル比熱および定圧モル比熱を，それぞれ，C_V〔J/(mol·K)〕および C_p〔J/(mol·K)〕として，

$$pV^{\gamma} = 一定, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

の関係が成り立つことが分かっている．これより，圧力 p は半径 r の α 乗に比例して変化し，気体の内部エネルギーは r の β 乗に比例して変化したとすると，

(イ) $\alpha = -\frac{5}{3}, \quad \beta = -2$　　(ロ) $\alpha = -5, \quad \beta = -2$

(ハ) $\alpha = \frac{2}{3}, \quad \beta = 2$　　(ニ) $\alpha = -5, \quad \beta = -1$

のうち正しいものは

$$\boxed{\quad (4 \cdot 6) \quad}$$

である（(4・6)には，選択肢の記号を記入する）．

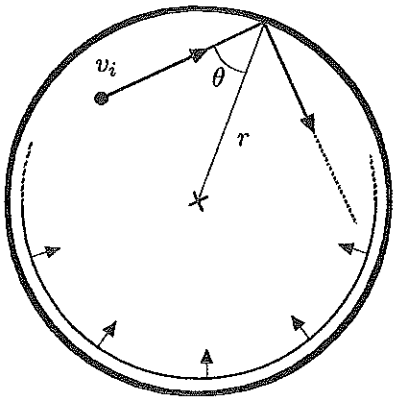

図 4(b)　球形容器の圧縮.

【5】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ.

長さを表す量 a〔m〕, b〔m〕, c〔m〕, x〔m〕が $a > 0, b < 0, c > 0, x > 0$ の条件を満たすとき，**図5**のように，X 軸と Y 軸をとり，XY 平面の点 A$(0, a)$ から，点 E$(x, 0)$ を経て，点 B(c, b) まで運動する粒子を考える．粒子は $Y \geqq 0$ では，速さ v_1〔m/s〕で，$Y < 0$ では，速さ v_2〔m/s〕で等速直線運動を行う．

点 A および点 B は固定されており，点 E は X 軸上を移動できるとしよう．すなわち，a, b, c は定数，x は変数である．また，点 E を通る Y 軸に平行な直線と線分 AE がなす角を θ_1〔rad〕，線分 EB がなす角を θ_2〔rad〕とする．

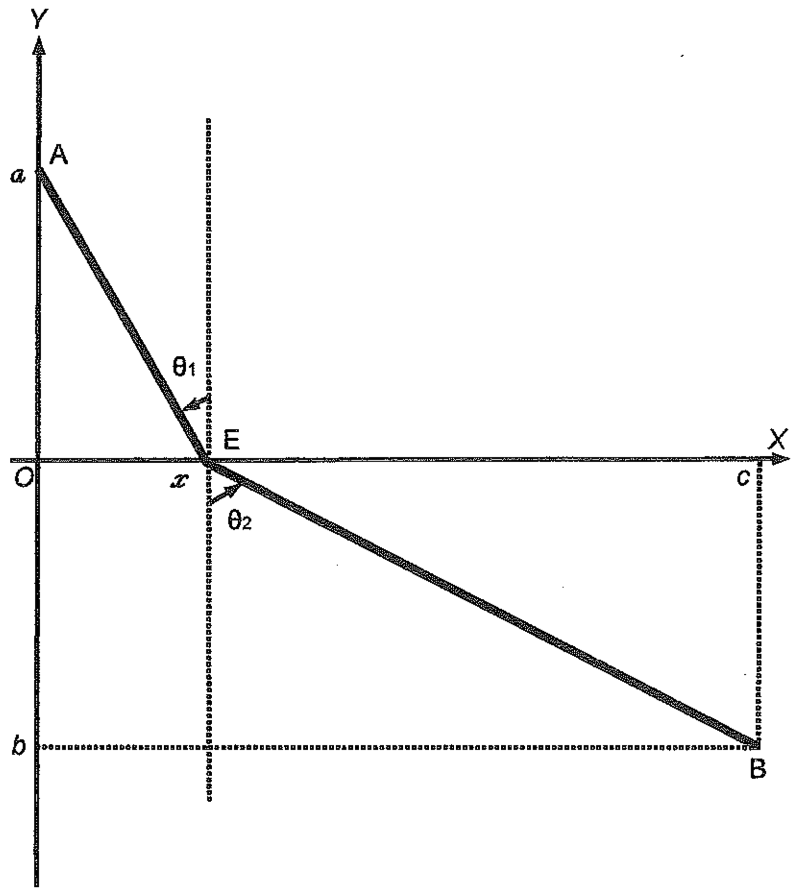

図5

I) 点 A から点 E を経て点 B に至るまでに要する時間を $T(x)$〔s〕とすると，

$T(x) =$ $\boxed{\quad (5 \cdot 1) \quad}$

である．

時間 $T(x)$ を最小にする x を求めよう．まず，点 $\mathrm{E}(x,0)$ から d〔m〕$(d>0)$ の距離にある X 軸上の点 $\mathrm{F}(x+d,0)$ を考えると，$\angle\mathrm{AEF}=\dfrac{\pi}{2}+\theta_1$，$\angle\mathrm{BEF}=\dfrac{\pi}{2}-\theta_2$ である．三角形に関する余弦定理より，θ_1 を用いて，

$$\overline{\mathrm{AF}}^2=\boxed{\quad(5\cdot2)\quad}$$

であり，$\overline{\mathrm{BF}}^2$ も θ_2 を用いた同様の式で表される．ここで，d は $\overline{\mathrm{AE}}$ に比べて十分小さく，その比 $r=\dfrac{d}{\overline{\mathrm{AE}}}$ は 1 より十分小さいとして，$r^2\fallingdotseq 0$ と近似できる．また，この比 r に比例する量を z として，近似式

$$\sqrt{1+z}=(1+z)^{\frac{1}{2}}\fallingdotseq 1+\frac{1}{2}z$$

が成り立つ．これらの近似により，d の 1 次の項だけで，

$$\overline{\mathrm{AF}}-\overline{\mathrm{AE}}=\boxed{\quad(5\cdot3)\quad}\times d$$

と表すことができる．また，$\overline{\mathrm{BF}}-\overline{\mathrm{BE}}$ も同様である．これらより，点 A から点 F を経て点 B に至るまでに要する時間 $T(x+d)$ は $T(x)$ と d の 1 次の項の和で表され，$T(x+d)-T(x)$ がこの d の 1 次の項となる．したがって，$T(x)$ を最小にする x では，$T(x+d)-T(x)$ の d の 1 次の項は 0 であり，θ_1,θ_2 を用いて，

$$\frac{v_2}{v_1}=\boxed{\quad(5\cdot4)\quad}$$

が成り立つ．この時間 $T(x)$ を最小にする x を x_0〔m〕とする．

II）この x_0 と a, b, c が $a=\sqrt{3}x_0$，$b=-\sqrt{3}x_0$，$c=4x_0$ の関係を満たすとき，点 A と点 B を直線で結ぶと点 $\mathrm{G}(2x_0,0)$ を通り，この直線経路を通過するのに要する時間は $T(2x_0)$ である．この $T(2x_0)$ と点 A から点 B に至る最短の通過時間 $T(x_0)$ の比を，$\sqrt{3}\fallingdotseq 1.732$，$\sqrt{7}\fallingdotseq 2.646$ として，小数第 2 位まで求めると

$$\frac{T(2x_0)}{T(x_0)}=\boxed{\quad(5\cdot5)\quad}$$

となる．