奈良県立医科大学 推薦

平 成 30 年 度

試 験 問 題 ①

学 科 試 験

（9時～12時）

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．
2. 試験教科，試験科目，ページ，解答用紙および選択方法は下表のとおりである．

教 科	科 目	ページ	解答用紙数	選 択 方 法
数 学	数 学	1 ～ 12	2 枚	数学，英語は必須解答とする． 理科は左の3科目のうちから1科目を選択せよ．
英 語	英 語	13 ～ 16	3 枚	
理 科	化 学	17 ～ 26	2 枚	
	生 物	27 ～ 40	2 枚	
	物 理	41 ～ 50	1 枚	

3. 監督者の指示に従って，選択しない理科科目を含む全解答用紙（10枚）に受験番号と選択科目（理科のみ）を記入せよ．

   ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ．

   ② 理科は選択科目記入欄に選択する1科目を○印で示せ．

   上記①，②の記入がないもの，および理科2科目または理科3科目選択した場合は答案全部を無効とする．
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. 問題冊子の余白を使って，計算等を行ってもよい．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない．
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない．問題冊子は持ち帰ってよい．

数 学

【1】 以下の問に答えよ．ただし，答のみ記入すればよい．

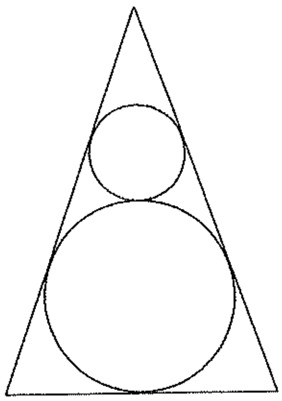
a を実数とする．x についての 3 次方程式

$$x^3 - 3a^2x + a^4 = 0$$

が相異なる 3 個の実数解を持つような a の範囲を求めよ．

－余白（計算用紙）－

【2】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.
$AB = AC$ である二等辺三角形 ABC とそれに内接する円 C_1, および辺 AB, AC と円 C_1 に接する円 C_2 を考える. C_1 と C_2 の中心をそれぞれ P_1, P_2 とし, C_1 と辺 AB, C_2 と辺 AB の接点をそれぞれ Q_1, Q_2 とする. また, C_1 と辺 BC の接点を H とする. C_1 の半径が 1 で $\angle ABC = 2\theta$ のとき, $t = \tan\theta$ とすると BH の長さは t を用いて $\boxed{\text{ア}}$ と表せる. さらに, C_2 の半径と四角形 $P_1P_2Q_2Q_1$ の面積は, t の整式としてそれぞれ $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ と表せる.



参考図

－余白（計算用紙）－

【3】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.
複素数 z と整数 n は以下の2つの条件を満たしているとする.

条件 (a) : $|z| = 1$

条件 (b) : $z^n + z + 1 = 0$

このような z と n をすべて求めたい. まず, これらの条件より $z+1$ の絶対値は $\boxed{\text{ア}}$ である. さらに, 条件 (a) を用いると, z の値は $\boxed{\text{イ}}$ または $\boxed{\text{ウ}}$ となる. このどちらの z に対しても, $z^k = 1$ となるような最小の正整数は $k = \boxed{\text{エ}}$ であり, 求める n は $\boxed{\text{オ}}$ で割って余り $\boxed{\text{カ}}$ となるすべての整数である. つまり,

$$n = \boxed{\text{オ}}\, m + \boxed{\text{カ}} \quad (m \text{ は整数})$$

と書ける.

－余白（計算用紙）－

【4】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

$a_1 = \dfrac{1}{14}$ とすると, 式

$$\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{\sqrt{19a_n^2 + 16a_n + 4}}{4a_n} - 2 \quad (n = 1, 2, \ldots)$$

の右辺は 0 でない実数値となり, 上式を漸化式とする初項 $a_1 = \dfrac{1}{14}$ の数列 $\{a_n\}$ が定義できる. すべての正整数 n に対し,

$$b_n = \left(\frac{1}{a_n} + 2\right)^2$$

とおくと, 数列 $\{b_n\}$ が満たすべき漸化式は $\boxed{\text{ア}}$ となる. したがって, $\{b_n\}$ の一般項は $b_n = \boxed{\text{イ}}$ となる. $a_1 > 0$ なので, ある番号 k までは $a_1, a_2, \ldots, a_k > 0$ であると仮定する. $a_{k+1} \neq 0$ なので, まず $a_{k+1} < 0$ の場合を考えてみる. 数列 $\{a_n\}$ の漸化式より $\dfrac{1}{a_{k+1}} > -2$ なので $a_{k+1} < -\dfrac{1}{2}$ である. このとき, $0 < b_{k+1} < \boxed{\text{ウ}}$ となる. 次に, $a_{k+1} > 0$ ならば $b_{k+1} > \boxed{\text{ウ}}$ となる. よって, $a_1, a_2, \ldots, a_m > 0$ かつ $a_{m+1} < 0$ となる m は $\boxed{\text{エ}}$ であり, このとき $a_{m+1} = \boxed{\text{オ}}$, $a_{m+2} = \boxed{\text{カ}}$ である. ただし, オとカは $\dfrac{x}{y + \sqrt{z}}$ の形 (x, y, z は整数) で答えよ.

－余白（計算用紙）－

【5】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

空間に三角形ABCと点Pがある. 以下では位置ベクトルの始点は原点Oとする. 点A,B,C,Pの位置ベクトルをそれぞれ$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{p}$とする. 点Aに関して点Pと対称な点Qの位置ベクトル$\vec{q}$は$\vec{q}=$ $\boxed{\text{ア}}$ である. 同様に, 点Bに関して点Qと対称な点Rの位置ベクトル$\vec{r}$と, 点Cに関して点Rと対称な点Sの位置ベクトル$\vec{s}$も求まる. 特に点Sが点Pと一致するとき, $\vec{p}$を$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$で表すと$\vec{p}=$ $\boxed{\text{イ}}$ となる. このとき三角形PQRの面積は三角形ABCの面積の$\boxed{\text{ウ}}$倍である.

－余白（計算用紙）－

【6】 以下の問に答えよ．

区間 $0 \leqq x \leqq 1$ で定義された関数 $f(x)$ が以下の 2 つの条件を満たしているとする．

条件 (a) : $f(0) = f(1) = 0$

条件 (b) : $0 \leqq x_1 \leqq 1,\ 0 \leqq x_2 \leqq 1$ なる任意の相異なる x_1, x_2 に対し，

$$|f(x_1) - f(x_2)| < k|x_1 - x_2| \quad \text{（ただし，}k\text{ は正の定数）}$$

(1) $0 < x < 1$ なる任意の x に対し，不等式 $|f(x)| < kx$ と $|f(x)| < k(1-x)$ が成り立つことを示せ．

(2) $0 \leqq x_1 \leqq 1,\ 0 \leqq x_2 \leqq 1$ なる任意の x_1, x_2 に対し，不等式 $|f(x_1) - f(x_2)| < \dfrac{k}{2}$ が成り立つことを示せ．

－余白（計算用紙）－