奈良県立医科大学　後期

平　成　29　年　度

試　験　問　題

理　　　　科

（9時 ～ 12時）

【注　意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．
2. 試験科目，ページ，解答用紙数および選択方法は下表のとおりである．

科　目	ページ	解答用紙数	選　択　方　法
化　学	1 ～ 10	2　枚	左の3科目のうちから2科目を選択せよ．
生　物	11 ～ 34	2　枚	
物　理	35 ～ 46	3　枚	

3. 監督者の指示に従って，選択しない科目を含む全解答用紙（7枚）に受験番号と選択科目を記入せよ．

　① 受験番号欄に受験番号を記入せよ．

　② 選択科目記入欄に選択する2科目を○印で示せ．

　上記①，②の記入がないものおよび3科目を選択または1科目のみを選択した場合は答案全部を無効とする．

4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. 物理を選択するものは，必要な計算等を解答用紙中の計算用余白で行え．採点の参考にする．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない．
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない．問題冊子は持ち帰ってよい．

◇M5（042―134）

物　　　理

【1】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式，記号または語句を記入せよ．

地球は中心をOとする半径が R〔m〕の球であり，その密度分布は一様であるとする．このとき，中心Oからの距離が r〔m〕($r < R$) の球内の点Pにおける重力は，中心をOとする半径 r の球で内側と外側に分けたとして，半径 r の内側部分の質量が中心Oに集中しているとして計算でき，外側部分が寄与することはない．

地表での重力加速度の大きさを g〔$\mathrm{m/s^2}$〕，円周率を π とする．地球の自転の影響，摩擦，空気抵抗は無視してよいものとする．

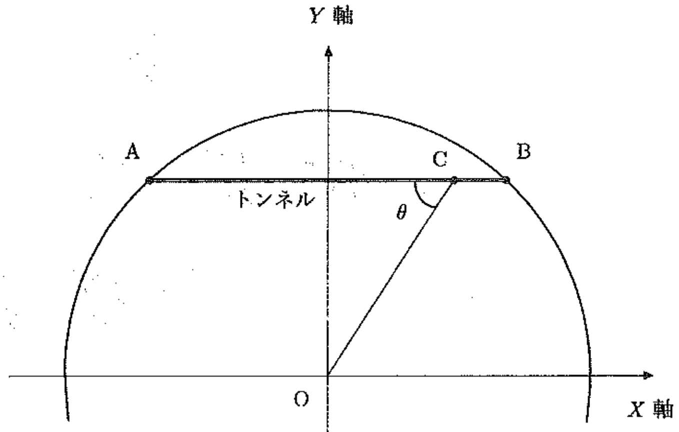

図 1(a)　点A，B間を結ぶトンネル．

I）**図 1(a)** のように，地表にある点A，B間を直線のトンネルで結び，重力を利用して，質量 m〔kg〕の列車を往復させる．トンネルの断面の大きさ，列車の大きさは考えなくてよい．点A，B，Oを含む平面を XY 平面とし，X 軸をトンネルに平行にとり，トンネルは上半平面にあるものとする．

万有引力定数を G〔$\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$〕，地球の質量を M_0〔kg〕とすると，地表での重力加速度の大きさ g は

$$g = \boxed{\quad (1 \cdot 1) \quad}$$

で表される．以下の問では，万有引力定数 G，地球の質量 M_0 を**用いずに答えよ．**

トンネル上の点 C の X 座標を x〔m〕，角 OCA を θ〔rad〕とすると，点 C と地球の中心 O の距離は，x, θ を用いて，

（1・2）〔m〕

と表すことができる．点 C において列車にはたらく重力の大きさは

（1・3）〔N〕

であり，列車の推進力になる重力の X 成分は

（1・4）〔N〕

である．

点 A を初速 0.0 **m/s** で出発したとき，列車の運動は直線 AB に沿っての

（1・5）

になり（（1・5）には，語句を記入する），その周期は

（1・6）〔s〕

である．ここで，$g = 10.0\ \mathbf{m/s^2}$，$R = 6.4 \times 10^6\ \mathbf{m}$，$\pi = 3.14$ とすれば，列車が点 AB 間を一往復するのに要する時間は

（1・7）時間

となる（（1・7）には，有効数字 2 桁の数値を記入する）．

II ）**図 1(b)** のように，質量 M〔**kg**〕の宇宙船を点 B の上空から水平方向に第一宇宙速度の初速で発射する．宇宙船は点 A の上空を通過し，地表すれすれの円軌道を描いて，点 B の上空に戻ってくる．宇宙船の大きさ，発射地点の地表からの高度は考えなくてよい．再び，地表での重力加速度の大きさを g，地球の半径を R，円周率を π として以下の問に答えよ．

第一宇宙速度を V_1〔**m/s**〕とすると，

$$V_1 = \boxed{\quad (1\cdot 8) \quad}$$

である.

宇宙船の円軌道上の点 D の X 座標を x'〔m〕，点 D での宇宙船の加速度の X 成分を a_x〔$\mathbf{m/s^2}$〕とすると，宇宙船の X 方向の運動方程式は，x', R を用いて，

$$Ma_x = \boxed{\quad (1\cdot 9) \quad}$$

と表される．宇宙船の Y 方向の運動方程式もほぼ同様に表されるが，X 方向の運動と Y 方向の運動を比較すると，

(イ) 周期が同じであり，位相差もない

(ロ) 周期は同じであるが，$\pi/2$ の位相差がある

(ハ) 周期は異なっているが，位相差はない

(ニ) 周期は異なっており，$\pi/2$ の位相差がある

のうち，

$$\boxed{\quad (1\cdot 10) \quad}$$

である（(1・10)には，選択肢の記号を記入する）．

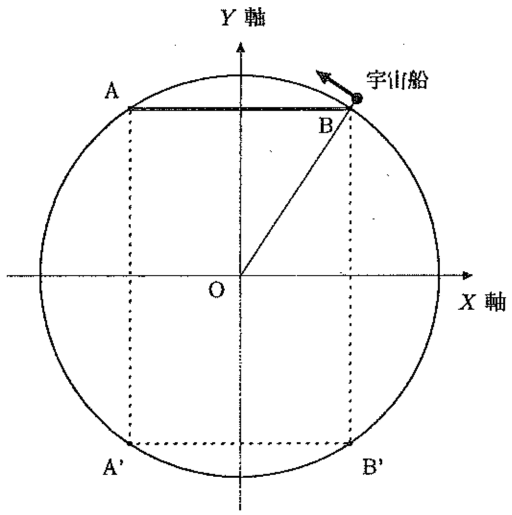

図 1(b)　宇宙船の発射；点 A，B と X 軸に関して対称な点を A'，B' とする．

宇宙船を点Bの上空から水平方向に初速 V_1 で発射すると同時に，I）の列車が初速 0.0 m/s で点Aを出発した．列車が点Bに到達した時刻に，宇宙船は

$$\boxed{(1\cdot 11)}$$

を通過することになる（（1・11）には，Aの地点，AとA'の間の地点，…のように記入する）．

III）宇宙船を点Bの上空から水平方向に第一宇宙速度より大きな初速 V〔m/s〕で発射した場合を考える（$V > V_1$）．初速 V がある一定値（第二宇宙速度）を超えなければ，宇宙船はある周回軌道上を運動することになる．

この軌道上で点Oから最も遠ざかる点を点E，点OE間の距離を R'〔m〕とする．面積速度一定の法則より，点Eにおける宇宙船の速さは，V, R, R' を用いて

$$\boxed{(1\cdot 12)} \quad \text{〔m/s〕}$$

と表される．点Bにおける力学的エネルギーと点Eにおける力学的エネルギーは等しいことより，V, R, R' を用いて，

$$\frac{1}{2}MV^2 - gMR = \boxed{(1\cdot 13)}$$

が成り立つ．これより，R, R' を用いて，

$$V = \boxed{(1\cdot 14)}$$

である．ここで，$R' \to \infty$ の極限を考えると，第二宇宙速度は

$$V_1 \times \boxed{(1\cdot 15)} \quad \text{〔m/s〕}$$

で与えられることが分かる（（1・15）には，数を記入する）．

宇宙船を点Bの上空から水平方向に初速 V で発射すると同時に，I）の列車が初速 0.0 m/s で点Aを出発する．列車が点AB間を8往復したときにはじめて宇宙船は点Bに戻った．このとき，

$$\frac{V}{V_1} = \boxed{(1\cdot 16)}$$

である（（1・16）には，数を記入する）．

【2】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式または語句を記入せよ．

図2(a)のように，平行板コンデンサー2個とスイッチによる回路が真空中にある．コンデンサー1とコンデンサー2の電気容量はそれぞれ C_1〔F〕，C_2〔F〕であり，$C_1 > C_2$ とする．コンデンサー1と2の極板の面積は等しく，下側の極板は接地され，上側の極板はスイッチを介して接続される．コンデンサーの極板にはたらく重力は無視できるとする．

最初は，スイッチは開いており，コンデンサー1は帯電しておらず，コンデンサー2は Q_0〔C〕($Q_0 > 0$)の電荷を蓄えていた．その後，スイッチを閉じ，十分に時間が経って電荷の移動が終わったとき，コンデンサー1とコンデンサー2に蓄えられている電荷を Q_1〔C〕，Q_2〔C〕とすると，

$Q_1 =$ $\boxed{\quad (2 \cdot 1) \quad}$

$Q_2 =$ $\boxed{\quad (2 \cdot 2) \quad}$

である($Q_1 > 0$, $Q_2 > 0$)．この状態を「状態1」と呼ぶ(図2(a)を参照)．以下の問では，**Q_1, Q_2 を用いずに答えよ．**

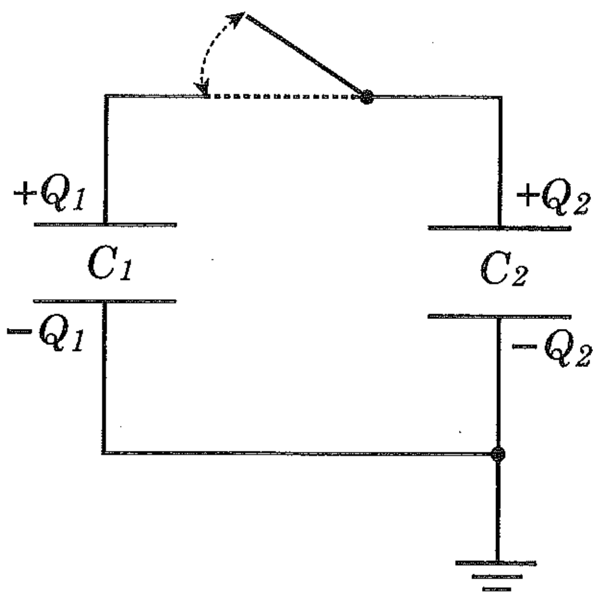

図2(a)　コンデンサーとスイッチの回路(スイッチを閉じた状態が「状態1」)．

I)「状態 1」からスイッチを開き，コンデンサー 1 の上側の極板だけに外力を作用させて，下側の極板と平行を保ったまま，ゆっくりと引き上げる．下側の極板は固定されている．引き上げるのに必要な外力の大きさは，コンデンサー 1 の最初の極板間隔を x〔m〕とすると，

$$\boxed{\quad(2\cdot 3)\quad}\ \text{〔N〕}$$

であり，極板間隔を x から y〔m〕$(y > x)$ に引き上げるまでに外力のなす仕事は

$$\boxed{\quad(2\cdot 4)\quad}\ \text{〔J〕}$$

である．

II)「状態 1」からスイッチを閉じたまま，コンデンサー 1 の上側の極板だけに外力を作用させて，固定されている下側の極板と平行を保ったまま，ゆっくりと引き上げる．コンデンサー 1 の極板間隔を x から y まで引き上げると，その電気容量は C_3〔F〕となるが，

$$C_3 = \boxed{\quad(2\cdot 5)\quad}$$

であり，コンデンサー 1 と 2 に蓄えられる電荷は (2・1)，(2・2) と同様に求めることができる．コンデンサー 1 の静電エネルギーは，極板間隔が x のときには

$$\boxed{\quad(2\cdot 6)\quad}\ \text{〔J〕}$$

であり，極板間隔が y のときには

$$\boxed{\quad(2\cdot 7)\quad}\ \text{〔J〕}$$

である．コンデンサー 2 の静電エネルギーも同様に求めることができるので，コンデンサー 1 の極板間隔を x から y に引き上げるまでに外力のなす仕事は

$$\boxed{\quad(2\cdot 8)\quad}\ \text{〔J〕}$$

である．

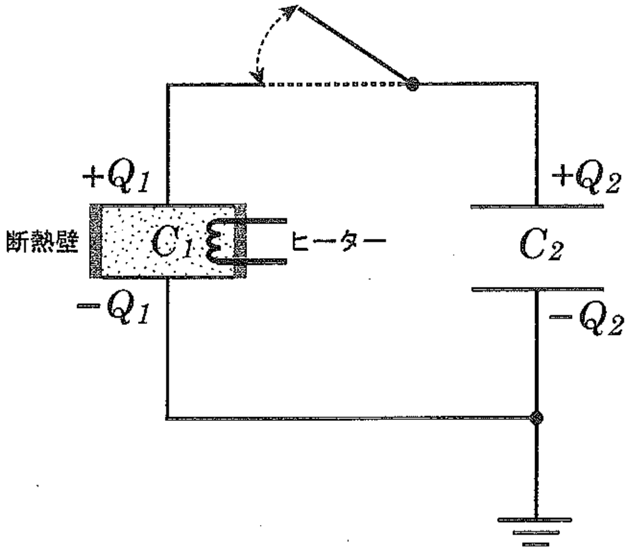

図 2(b)　断熱壁，ヒーターと回路(スイッチを閉じた状態が「状態 2」).

III) **図 2(b)** に示すように，コンデンサー 1 を不導体の断熱壁によって密閉し，その内部に温度 T_0〔**K**〕，圧力 P_0〔**Pa**〕の単原子分子理想気体を n〔**mol**〕閉じ込めたとする．コンデンサー 1 の下側の極板は固定され，上側の極板は気密性を保ちながら滑らかに動くことができる．最初は，「状態 1」と同じく極板間隔 x でつり合いの位置となり，コンデンサー 1 とコンデンサー 2 に蓄えられている電荷は，「状態 1」と同じく，Q_1, Q_2 であった．この状態を「状態 2」とする(**図 2(b)** を参照)．また，気体定数は R〔**J/(mol·K)**〕とする．

なお，ここで扱う温度変化の範囲内では，コンデンサーの電気的性質は変わらないものとし，密閉気体はコンデンサーや断熱壁を介して外部と熱のやりとりを行うことはなく，ヒーターを介した熱のやりとりのみを行うものとする．また，密閉気体による誘電率の変化は無視できるとする．

「状態 2」からスイッチを開き，ヒーターで気体をゆっくりと温める．その際の気体の状態変化は

(2・9)

であり((2・9)には，「○○変化」という語句を記入する)，気体の温度を T_0 から T_1〔**K**〕$(T_1 > T_0)$ に変化させ，十分に時間が経った後までに気体が外部に対し

てなした仕事は

(2・10)

〔J〕

である.

IV)「状態2」からスイッチを閉じたまま，ヒーターで気体をゆっくりと温める．温度が T_0 から T_1 になった際のコンデンサー1の電気容量を C_4〔F〕とすると，力のつり合いと気体の状態方程式から，C_4 は

(2・11)

という2次方程式に従う((2・11)には，関係式を記入する)．さらに，C_4 は正の実数解でなければならないので，その条件から温度 T_1 は

(2・12)

という関係を満たす必要がある((2・12)には，関係式を記入する).

ここで，(2・11)が重解を持つ場合を考えると，

$C_4 =$ (2・13)

であり，その際のコンデンサー1の極板間隔は

(2・14)

〔m〕

である．この重解の場合が実現したとすると，気体の温度を T_0 から T_1 に変化させ，十分に時間が経った後までに気体が外部に対してなした仕事は

(2・15)

〔J〕

である.

【3】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ.

凸レンズを用いてフィルムに像を写す場合を考える. レンズの厚さは無視して良い. レンズから被写体までの距離を a〔m〕, レンズからフィルム面までの距離を b〔m〕, レンズの焦点距離を f〔m〕として,

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

の関係がある.

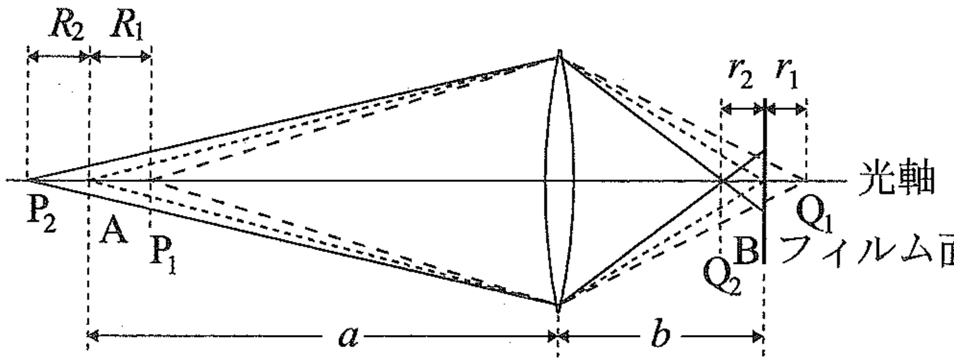

図 3(a)　凸レンズとフィルム面.

I) **図 3(a)** のように, レンズから a だけ離れた光軸上の点 A からの光がレンズから b だけ離れたフィルム面と光軸との交点 B に集まるとする. 点 A からレンズに距離 R_1〔m〕だけ近い点 P_1 および距離 R_2〔m〕だけ遠い点 P_2 からの光はフィルム面から, それぞれ, 距離 r_1〔m〕および距離 r_2〔m〕だけ離れた点 Q_1 と点 Q_2 に集まり, フィルム面の光は円状に広がる. このとき, **b を用いずに,**

$R_1 =$ $\boxed{\quad(3 \cdot 1)\quad}$

$R_2 =$ $\boxed{\quad(3 \cdot 2)\quad}$

と表される.

光がフィルム面で円状に広がるので, 厳密には, 点 A 以外ではピントが合っていない. しかし, 円状の光の直径が小さければ, 印刷や表示の引き伸ばしの観点

からは，ピントが合っているとみなすことができる．このピントが合っているとみなすことができる円状の光の最大直径(これ以降，許容径とする)を d〔m〕とする．これ以降，点 P_1, P_2 および R_1, R_2 は，フィルム面の円状の光の直径が許容径 d となるときの，それぞれの位置および点Aからの距離とする．

レンズの直径を D〔m〕とすると，許容径 d は，b, r_2, D を用いて，

$$d = \boxed{\quad (3 \cdot 3) \quad}$$

と表される．また同様に，許容径 d は b, r_1, D を用いて表すこともできる．

一方，被写体を点Aに固定し，フィルム面を点Bからレンズに距離 δ〔m〕だけ近づけたとき，円状の光の直径が d になるとすると，δ は，b を用いて，

$$\delta = \boxed{\quad (3 \cdot 4) \quad}$$

である．

II）初めに，被写体とともに遠くの背景までピントが合う場合を考える．このとき，点 P_2 が無限遠であり，R_2 が無限大($R_2 = \infty$)であるから，$b - r_2 = f$ として良い．この $R_2 = \infty$ での r_1 および r_2 を，それぞれ，r_1^{∞}〔m〕および r_2^{∞}〔m〕とすると，(3・3)およびこれと同様の式より，<u>b を用いずに，</u> d, f, D を用いて，

$$r_1^{\infty} = \boxed{\quad (3 \cdot 5) \quad}$$

$$r_2^{\infty} = \boxed{\quad (3 \cdot 6) \quad}$$

である．また，$R_2 = \infty$ での被写体距離を a^{∞}〔m〕とすると，d, f, D を用いて，

$$a^{\infty} = \boxed{\quad (3 \cdot 7) \quad}$$

となる．これらより，$R_2 = \infty$ での R_1 を R_1^{∞}〔m〕として，

$$R_1^{\infty} = \frac{1}{2}a^{\infty} = a^{\infty} - R_1^{\infty}$$

となり，R_1^{∞} から無限遠までの被写体距離でピントの合うカメラを作成できることが分かる．

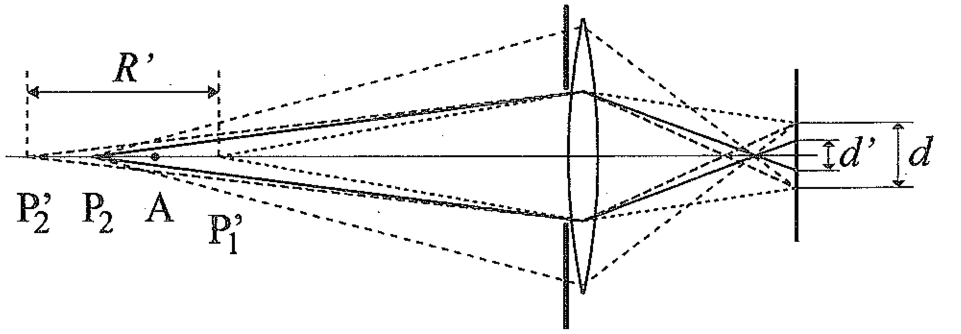

図 3(b)　外周付近が覆われた凸レンズ.

III) 次に，R_2 が有限(背景がぼける状態)の場合を考える．この場合，(3・2)の R_2 は，<u>b, r_2 **を用いずに**，</u>a^{∞} を用いて，

$$R_2 = \boxed{\quad (3 \cdot 8) \quad}$$

となる．ここで，d が D よりもかなり小さいとして近似すると，この R_2 の式によく似た R_1 の式が得られる．さらに，同じ近似を繰り返すと，$R_1 + R_2$ は

$$R_1 + R_2 \fallingdotseq \boxed{\quad (3 \cdot 9) \quad} \times \frac{1}{D}$$

となり((3・9)には，D を用いない)，D にほぼ反比例することが分かる．

ここで，**図 3(b)** のように，レンズの外周付近を覆うと，点 P_2 からの光によるフィルム面の円状の光の直径 d'〔m〕は d より小さくなる．覆われていないレンズの中央部の直径(有効径)を D'〔m〕とし，d' が d になるような点 P'_1 と点 P'_2 の距離を R'〔m〕とすると，$D' < D$ のとき $R' > R_1 + R_2$ である．すなわち，有効径を小さくすれば，ピントが合っているとみなせる範囲が広くなる．しかし，レンズに入る光の量は減る．有効径が D の場合に時間 t〔s〕の間にフィルム表面に集まる光の量と同じ光の量を有効径が D' の場合に集めるために必要な時間は

$$\boxed{\quad (3 \cdot 10) \quad} \text{〔s〕}$$

である．

IV) 近視の場合，レンズに対応する水晶体を調節して被写体距離 a や R_2 を無限大にできないため，遠方にピントを合わせることができない．そのため，焦点距離

が f'〔m〕($f' > 0$ で定義する)の凹レンズを用いて矯正する．**図 3(c)** のように，凹レンズを凸レンズから被写体側に h〔m〕だけ離して置く場合を考える．凸レンズからの距離 a'〔m〕の点 A′ にある被写体が，フィルム面にピントが合う点 A (凸レンズからの距離は a) の位置にあるように見えるとき，a' は

$$a' = \boxed{\quad (3 \cdot 11) \quad}$$

と表される．

被写体までの距離 a' を無限大にするように矯正することも可能であるが，実用上は，f' は大きい方が望ましい．そこで，I) の許容径の議論を思い出そう．凹レンズを用いないときにピントが合っているとみなせる遠方側の端は点 P_2 (凸レンズからの距離は $a + R_2$) であり，凹レンズを用いたときにピントが合っているとみなせる遠方側の端である点 P''_2 が無限遠になるように，

$$f' = \boxed{\quad (3 \cdot 12) \quad}$$

の凹レンズを用いると，無限遠までピントが合っているとみなせることになる．

また，レンズ間の距離 h が無視できるとして ($h = 0$)，2 つのレンズをまとめて焦点距離が F〔m〕である 1 つの凸レンズとみなすと，F, f, f' の間には

$$\frac{1}{F} = \boxed{\quad (3 \cdot 13) \quad}$$

の関係がある．

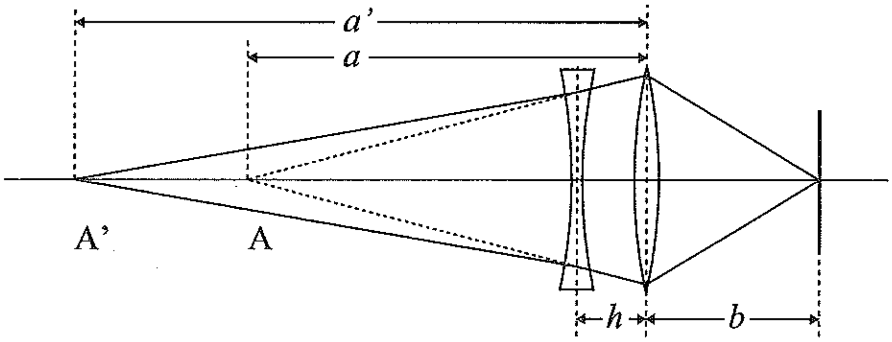

図 3(c)　凹レンズと凸レンズ．