奈良県立医科大学　後期

平 成 28 年 度

試 験 問 題

理　　　科

（9時～12時）

【注　意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．
2. 試験科目，ページ，解答用紙数および選択方法は下表のとおりである．

科　目	ページ	解答用紙数	選　択　方　法
化　学	1 ～ 12	2　枚	左の3科目のうちから2科目を選択せよ．
生　物	13 ～ 34	2　枚	
物　理	35 ～ 46	3　枚	

3. 監督者の指示に従って，選択しない科目を含む全解答用紙（7枚）に受験番号と選択科目を記入せよ．

   ①　受験番号欄に受験番号を記入せよ．

   ②　選択科目記入欄に選択する2科目を○印で示せ．

   上記①，②の記入がないものおよび3科目を選択または1科目のみを選択した場合は答案全部を無効とする．
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. 物理を選択するものは，必要な計算等を解答用紙中の計算用余白で行え．採点の参考にする．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない．
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない．問題冊子は持ち帰ってよい．

物　　　理

【1】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式または説明を記入せよ．

図1のように，水平な床の上に，質量 m〔kg〕で断面が直角三角形の台が置かれている．台は水平面に対して θ〔rad〕の角をなす平らな斜面を持ち，その斜面の上に質量 m'〔kg〕の物体がのっている．台は，常に床と接しながら，x 軸方向に動くことができるとし，鉛直上向きを y 軸の正の方向とする．物体は xy 平面内で回転することなく斜面に沿って運動する．重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とし，床と斜面は滑らかで摩擦力は無視できるとして，台と物体の運動を考える．

床と接する斜面の左端の x 座標を X〔m〕とし，静止した観測者から見たときの，台の加速度の x 方向の成分を a_x〔m/s²〕とする．また，物体の x 座標を X'〔m〕とし，台とともに運動する観測者から見たときの，物体の加速度の斜面に沿った方向の成分を，斜面を上がる方向を正として，A〔m/s²〕とする．

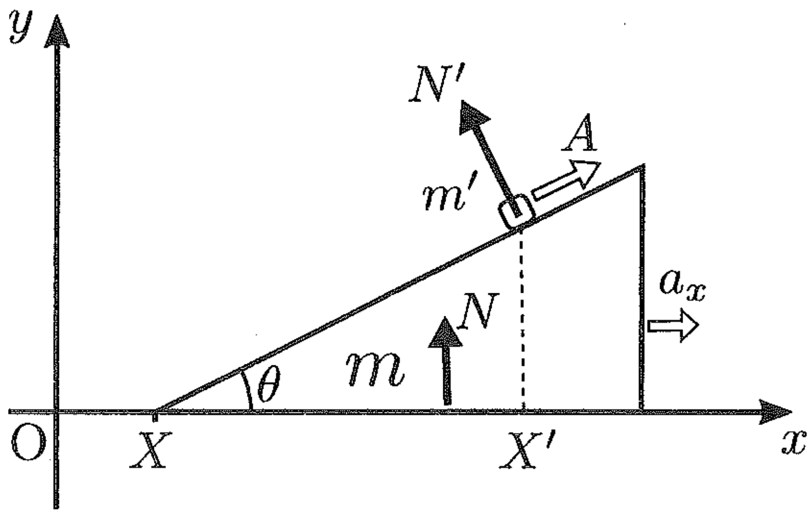


図1　斜面を持つ台と物体．

I) 静止した観測者から見たときの，斜面に沿って運動する物体の加速度の x 方向の成分を a'_x〔m/s²〕，y 方向の成分を a'_y〔m/s²〕とすると，

$$a'_x = \boxed{\quad (1 \cdot 1) \quad}$$

であり,

$$a'_y = \boxed{\quad (1 \cdot 2) \quad}$$

である.

物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさを N'〔N〕とすると，静止した観測者から見たときの，台の x 方向の運動方程式は

$$ma_x = \boxed{\quad (1 \cdot 3) \quad}$$

である．一方，静止した観測者から見たときの，物体の x 方向の運動方程式は

$$m'a'_x = \boxed{\quad (1 \cdot 4) \quad}$$

であり，y 方向の運動方程式は

$$m'a'_y = \boxed{\quad (1 \cdot 5) \quad}$$

である．これらの式から a'_x, a'_y, N' を消去すると，a_x, A は，m, m', g, θ を用いて，

$$a_x = \boxed{\quad (1 \cdot 6) \quad}$$

$$A = \boxed{\quad (1 \cdot 7) \quad}$$

と表されることが分かる．また，台が床から受ける垂直抗力の大きさを N〔N〕とすると，N は，m, A, θ を用いて，

$$N = \boxed{\quad (1 \cdot 8) \quad}$$

と表される.

II) 台の質量 m が物体の質量 m' に比べて十分に大きい極限の場合を考える．この場合，(1・7)から，あるいは，台はほとんど動かないことから分かるように，物体の加速度については,

$$A = \boxed{\quad (1 \cdot 9) \quad}$$

となる.

III) 台の質量 m が物体の質量 m' に比べて十分小さい極限の場合について，台と物体の運動の時間 t〔s〕による変化を考えよう．最初の時刻 $t=0$ では，台は静止しており，台の斜面の左端の x 座標は $X=0$ であるとし，台の斜面上で物体の x 座標 X' が x_0〔m〕である位置に，物体を静かに置くとする．

この場合，台と物体の加速度については，(1・6)および(1・7)から分かるように，それぞれ，g, θ を用いて，

$a_x =$ (1・10)

および

$A =$ (1・11)

となる．物体が斜面を下って左端に到達するまでの時間を T〔s〕とすると，

$T =$ (1・12)

であり，$0 \leqq t < T$ での，台の x 座標 X と物体の x 座標 X' の時間変化を表すグラフの概形は

(1・13)

となる(解答用紙中の計算用余白に，横軸を t，縦軸を x にとって，台の座標 X の時間変化を実線，物体の座標 X' の時間変化を点線で示した，大まかなグラフを描き，(1・13)には，グラフの特徴の簡潔な説明を記入する．ただし，グラフには，原点と $t=T$ の時刻を明示する)．

IV) 次に，$m=m'$ の場合を考えよう．静止した観測者から見たときの，台の速度の x 方向の成分を V_x〔m/s〕，物体の速度の y 方向の成分を V'_y〔m/s〕とし，時刻 $t=0$ で，台が静止していて，物体が速さ v〔m/s〕で斜面を上がる方向に動いているとする．

物体が斜面を途中まで上がってから，下がってきて，再び，$t=0$ での高さになったとき，台の速度の x 方向の成分は

$$V_x = \boxed{\quad (1 \cdot 14) \quad}$$

であり，物体の速度の y 方向の成分は

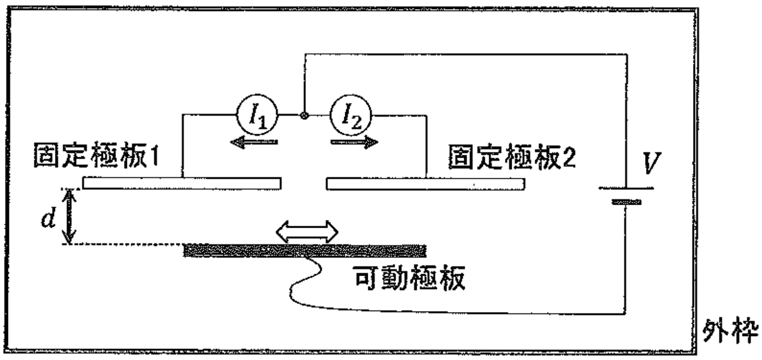
$$V_y' = \boxed{\quad (1 \cdot 15) \quad}$$

である．

【2】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式または説明を記入せよ．

図2は加速度センサーのモデルである．質量 m〔kg〕の可動極板は水平方向に摩擦や抵抗を受けずに運動することができるが，固定極板1および2は装置の外枠に固定されている．固定極板と可動極板によって，極板間隔 d〔m〕の2つの平行板コンデンサーができている．電池の起電力 V〔V〕は一定であり，電流計1，電流計2を矢印の向きに流れる電流を，それぞれ，I_1〔A〕，I_2〔A〕とする．

固定極板1と2はともに底辺 2ℓ〔m〕，高さ $2h$〔m〕の直角三角形であり，左右対称に配置されている．極板間隔 d は十分小さく，電場は2枚の極板が重なっている領域にのみ生じると考えて良い．可動極板は長方形であり，長方形の1辺が水平面上にある x 軸に平行に運動するとし，その中心の位置を x〔m〕とする．可動極板の中心が固定極板1と2の中央にあるときを基準位置 $x=0$ とするが，このとき，図2で示すように，可動極板の1辺は固定極板の底辺を2等分している．



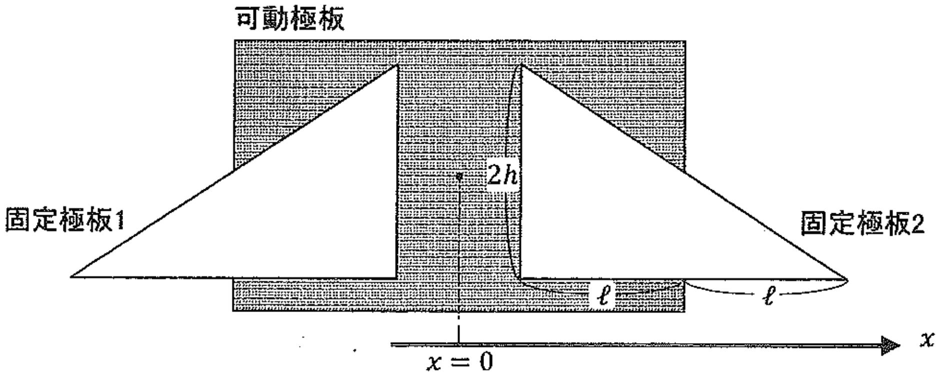


図2　加速度センサーのモデル（上の図は横から，下の図は上から見た図）．

I) 基準位置 $x = 0$ では，固定極板 1，2 と可動極板の配置は左右対称であり，固定極板 1 と可動極板間の静電容量は固定極板 2 と可動極板間の静電容量に等しい．この静電容量を C_0〔F〕とすると，真空の誘電率を ε_0〔F/m〕として，

$$C_0 = \boxed{\quad (2 \cdot 1) \quad}$$

である．このとき，固定極板 1 と固定極板 2 の電荷はともに Q_0〔C〕で等しい．

可動極板が位置 x にあるとき $(-\ell < x < \ell)$，固定極板 1 と可動極板間の静電容量は C_1〔F〕，固定極板 2 と可動極板間の静電容量は C_2〔F〕であるとすると，

$$C_1 - C_0 = C_0 \times \boxed{\quad (2 \cdot 2) \quad}$$

$$C_2 - C_0 = C_0 \times \boxed{\quad (2 \cdot 3) \quad}$$

と表される．同時に，固定極板 1 の電荷 Q_1〔C〕と固定極板 2 の電荷 Q_2〔C〕は，基準位置 $x = 0$ での電荷 Q_0 から，それぞれ，

$$Q_1 - Q_0 = (C_1 - C_0)V, \quad Q_2 - Q_0 = (C_2 - C_0)V$$

だけ変化する．また，極板全体が持つ静電エネルギーは，基準位置 $x = 0$ での静電エネルギーから，

$$C_0 V^2 \times \boxed{\quad (2 \cdot 4) \quad} \quad \text{〔J〕}$$

だけ変化することが分かる．一方，可動極板が基準位置から位置 x まで変化する間に，回路を流れる電荷に対して電池が行った仕事を W_{e}〔J〕とすると，

$$W_{\mathrm{e}} = C_0 V^2 \times \boxed{\quad (2 \cdot 5) \quad}$$

である．回路で発生するジュール熱は無視できるとすると，可動極板に外力を加えて基準位置から位置 x まで動かすのに必要な力学的仕事 W_{m}〔J〕は，上で求めた静電エネルギーの変化と W_{e} から求められ，

$$W_{\mathrm{m}} = C_0 V^2 \times \boxed{\quad (2 \cdot 6) \quad}$$

となる．この W_{m} の式はばねの弾性エネルギーと同じ形であり，可動極板が受ける静電力は復元力となりフックの法則に従うことが分かる．このばね定数（復元力の定数）を k〔N/m〕とすると，

$$k = \boxed{\quad (2 \cdot 7) \quad}$$

である．これ以降，このばね定数 k を用いて良い．

II ）短い時間 Δt〔s〕で，可動極板の位置が x から Δx〔m〕だけ変化したとすると，可動極板の x 方向の速度 v〔m/s〕は

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

と表され，この間に，固定極板 1 の電荷が Q_1 から ΔQ_1〔C〕だけ，固定極板 2 の電荷が Q_2 から ΔQ_2〔C〕だけ変化したとすると，電流 I_1, I_2 は，それぞれ，

$$I_1 = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t}, \quad I_2 = \frac{\Delta Q_2}{\Delta t}$$

と表される．ここで，電流 I_2 と I_1 の差を I'〔A〕とすると，v を用いて，

$$I' = I_2 - I_1 = \boxed{\quad (2 \cdot 8) \quad}$$

である．すなわち，電流差 I' の測定から速度 v を知ることができる．

III ）これ以降，装置の運動の時間 t〔s〕による変化を考える．最初の時刻 $t = 0$ まで静止していた装置全体に対し，$t = 0$ から，x 方向に A_1〔m/s^2〕の一定の加速度を加える．固定極板が固定されている装置の外枠とともに運動する観測者から見たときの，可動極板の x 方向の加速度を a〔m/s^2〕とすると，k, A_1 を用いて，

$$ma = \boxed{\quad (2 \cdot 9) \quad}$$

と表される．この x 方向の運動方程式は振動の中心が $x = 0$ からずれた単振動を表しており，この単振動の中心位置の x を u〔m〕とすると，

$$u = \boxed{\quad (2 \cdot 10) \quad}$$

であり，この単振動の角振動数を ω〔$\mathbf{rad/s}$〕とすると($\omega > 0$)，

$$\omega = \boxed{\quad (2 \cdot 11) \quad}$$

である．また，$t = 0$ まで可動極板が $x = 0$ で静止していたとすると，位置 x と速度 v は，u, ω, t を用いて，

$$x = \boxed{\quad (2 \cdot 12) \quad}$$

$$v = \boxed{\quad (2 \cdot 13) \quad}$$

である．

加速度 A_1 が $t = 0$ から時間 t_1〔$\mathbf{s}$〕だけ加えられた後，加速度は A_1 から瞬間的に A_2〔$\mathbf{m/s^2}$〕へと変化し，測定された電流差 I' の時間 t に対するグラフを描くと，**図3**のようになった．ここで，A_1 は，**図3**の縦軸に示す I' の値 I_0〔$\mathbf{A}$〕と m, C_0 を用いて，

$$A_1 = \boxed{\quad (2 \cdot 14) \quad}$$

であり，装置の位置 x の時間 t に対するグラフを再現すると，

$$\boxed{\quad (2 \cdot 15) \quad}$$

のようになる(解答用紙中の計算用余白に，横軸を t，縦軸を x にとって，大まかなグラフを描き，(2・15)には，グラフの特徴の簡潔な説明を記入する)．

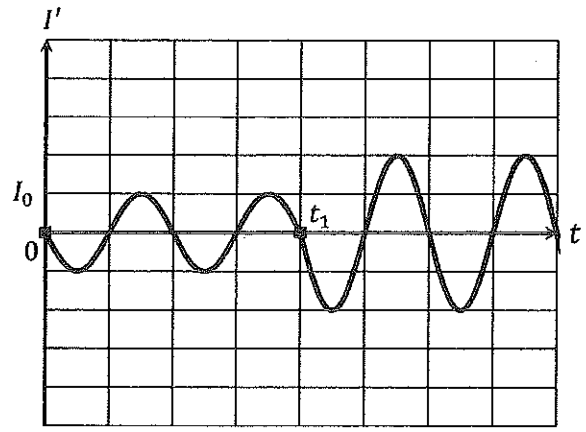


図3　電流差 I' の時間 t に対する変化.

【3】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数または式を記入せよ．

滑らかに動くピストンの付いた円筒容器内に，n〔mol〕の単原子分子理想気体が閉じ込められている．ピストンを動かして，円筒容器内の気体の圧力 p〔Pa〕と体積 V〔m^3〕を，図4のように，変化させた．ここで，Aの状態から，Bの状態とCの状態を経て，再びAの状態に戻る間の全ての状態変化は Vp 平面上での直線に沿った変化である．状態Aの気体の圧力を p_0〔Pa〕，体積を V_0〔m^3〕として，状態Bの圧力は $2p_0$，体積は $2V_0$ であり，状態Cの圧力は p_0，体積は $3V_0$ である．気体定数は R〔J/(mol·K)〕とする．

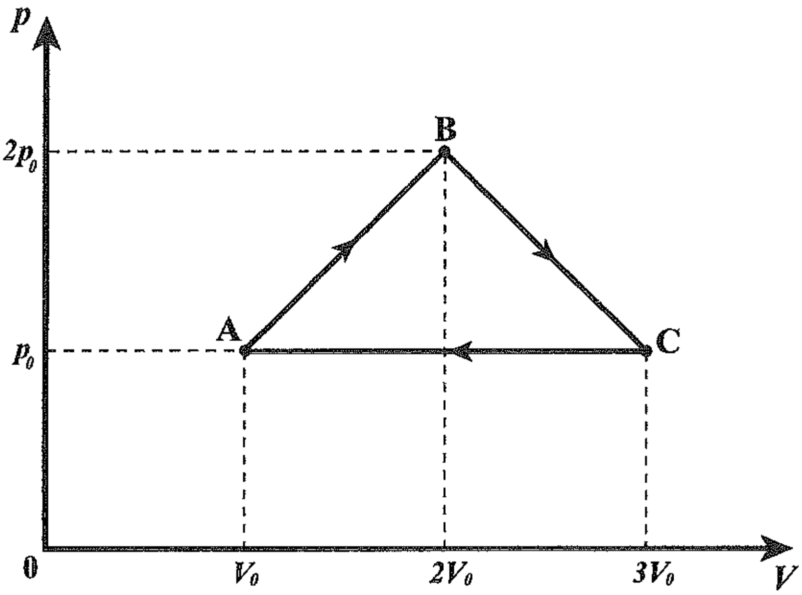


図4　円筒容器内の気体の圧力 p と体積 V の変化．

I) 状態A → Bの変化の過程から考えよう．状態Aの温度は

$\boxed{\quad(3・1)\quad}$ 〔K〕

と表せる．状態Bの温度も同様に表せるので，この状態変化における気体の内部エネルギーの変化は，p_0, V_0 を用いて，

$\boxed{\quad(3・2)\quad}$ 〔J〕

である．この状態変化の過程で，気体がピストンにした仕事は，p_0, V_0 を用いて，

$\boxed{(3\cdot3)}$ 〔J〕

であるので，熱力学の第1法則より，状態 A → B の変化の過程で気体が得る熱量は，p_0, V_0 を用いて，

$\boxed{(3\cdot4)}$ 〔J〕

となる．

状態 B → C の変化の過程，状態 C → A の変化の過程も同様に考えると，気体が得る熱量は，それぞれ，

B → C : $\boxed{(3\cdot5)}$ 〔J〕

C → A : $\boxed{(3\cdot6)}$ 〔J〕

である．

II）状態 B → C の変化の過程を詳しく調べよう．**図5**は状態 B → C の変化だけを示しており，状態 B → C の変化の途上にある状態 D での圧力を p_1〔**Pa**〕，体積を V_1〔$\mathbf{m^3}$〕とすると，p_1 は，p_0, V_0, V_1 を用いて，

$$p_1 = \boxed{(3\cdot7)}$$

である．ここで，状態 B → C の変化の途上で，状態 D から体積が ΔV〔$\mathbf{m^3}$〕だけ微小に増加した状態 E を考えると，状態 E での圧力は，p_1 を用いて，

$\boxed{(3\cdot8)}$ 〔**Pa**〕

である．状態 D，E のそれぞれで気体の状態方程式が成り立つので，状態 D → E の変化の過程での気体の内部エネルギーの変化は，ΔV が微小で $(\Delta V)^2$ の項は十分に小さいとして無視すると，

$p_0\Delta V \times \boxed{(3\cdot9)}$ 〔J〕

である（(3・9)には，p_1, ΔV は用いずに答える）．状態 D → E の変化の過程で気体がピストンにした仕事は，同様に $(\Delta V)^2$ の項を無視すると，

$$p_0 \Delta V \times \boxed{\quad (3・10) \quad} \ [\mathrm{J}]$$

であるので（(3・10)には，p_1, ΔV は用いずに答える），熱力学の第1法則より，状態 D → E の変化の過程で気体が得る熱量は

$$p_0 \Delta V \times \boxed{\quad (3・11) \quad} \ [\mathrm{J}]$$

である．ここで，この熱量が 0 になるときの状態 D の体積を V_1^* [$\mathrm{m^3}$] とすると，

$$V_1^* = \boxed{\quad (3・12) \quad}$$

であり，体積が $2V_0 \to V_1^*$ の変化の過程では気体は熱を吸収し，$V_1^* \to 3V_0$ の変化の過程では気体は熱を放出する．この前者の過程で気体が得る熱量は

$$\boxed{\quad (3・13) \quad} \ [\mathrm{J}]$$

である．

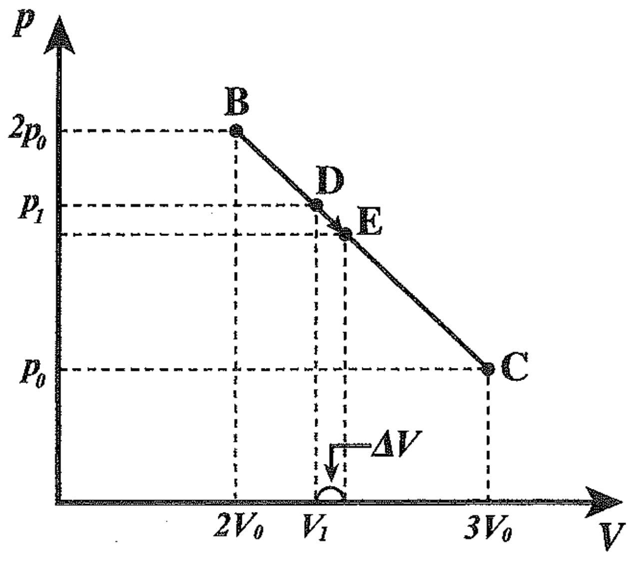


図 5　状態 B → C の変化過程.

これらより，状態変化 A → B → C → A のサイクルをもつ熱機関の熱効率は

(3・14)

となる((3・14)には，数を記入する).

III) 次に，**図4**に示した円筒容器内の気体の状態変化を，気体の圧力 p と体積 V ではなく，気体の温度 T〔**K**〕と体積 V で表す．これ以降，状態 A の温度 T_0〔**K**〕を用いて良い．

状態 B → C の変化を表す T, V の関係式は，T_0, V_0 を用いて，

(3・15)

であり，状態 C → A の変化を表す T, V の関係式は，T_0, V_0 を用いて，

(3・16)

である((3・15)および(3・16)には，関係式を記入する)．状態 A → B の変化も同様であり，気体の状態変化 A → B → C → A を T と V の図で表すことができる．