奈良県立医科大学 後期

平 成 27 年 度

試 験 問 題

理　　科

（9時 ～ 12時）

【注 意】

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．**
2. 試験科目，ページ，解答用紙数および選択方法は下表のとおりである．

科 目	ページ	解答用紙数	選 択 方 法
化 学	1 ～ 16	3 枚	左の**3科目のうちから** **2科目**を選択せよ．
生 物	17 ～ 36	2 枚	
物 理	37 ～ 48	3 枚	

3. **監督者の指示**に従って，選択しない科目を含む**全解答用紙**（8枚）に受験番号と選択科目を記入せよ．
   ① **受験番号欄**に**受験番号**を記入せよ．
   ② **選択科目記入欄**に**選択する2科目**を○印で示せ．
   上記①，②の記入がないものおよび3科目を選択または1科目のみを選択した場合は**答案全部を無効**とする．
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. **物理**を選択するものは，必要な計算等を解答用紙中の**計算用余白**で行え．採点の参考にする．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも**切り離してはならない．**
8. **解答用紙は持ち帰ってはならない．**問題冊子は持ち帰ってよい．

物　　理

【1】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式または語句を記入せよ．

図1のように，ばね定数 k〔N/m〕，自然長 x_0〔m〕の質量の無視できるばねの両端に，ともに質量 m〔kg〕の小球Aと小球Bが連結され，なめらかな水平面上で振動している．このとき，これら小球Aと小球Bの重心は静止している．また，質量 M〔kg〕の小球Cが速さ V〔m/s〕で小球Aに近づいている．

速度と加速度は図1の右向きを正とし，小球の大きさは無視できるとする．

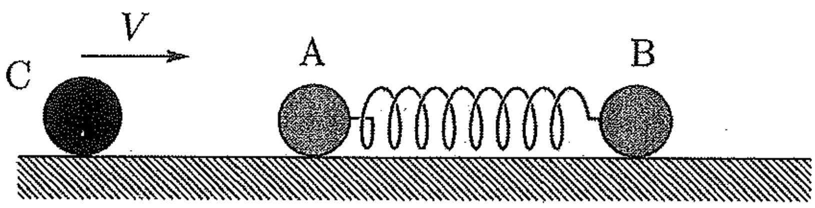

図1　小球Aと小球Bを連結したばねおよび小球C.

Ⅰ）小球Aから小球Bまでの距離を x〔m〕とすると，小球Aの加速度は

$\boxed{(1\cdot1)}$ 〔m/s²〕

である．また，小球Aの加速度と小球Bの加速度の和は

$\boxed{(1\cdot2)}$ 〔m/s²〕

となる．したがって，小球Aと小球Bは，これら小球の中点を中心にして，左右対称に単振動することになる．これより，この単振動の角振動数を ω〔rad/s〕とすると，

$\omega = \boxed{(1\cdot3)}$

であることがわかる．

II) ばねが自然長で，小球 A が速度 $-V$ をもつときに，小球 C が小球 A に衝突したとする．衝突によって小球 A と小球 C に力がはたらく時間 Δt〔s〕は非常に短くて，$\omega\Delta t \ll 1$ とすると，この小球 A と小球 C の衝突を弾性衝突とみなしてよい．

衝突直後の小球 A の速度を v_{A}〔m/s〕，小球 C の速度を V_{C}〔m/s〕とすると，衝突前後における運動量の保存則は

$$mv_{\mathrm{A}} + MV_{\mathrm{C}} = \boxed{\quad (1 \cdot 4) \quad}$$

となる．また，小球 A と小球 C の相対速度の変化を考えると，

$$v_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{C}} = \boxed{\quad (1 \cdot 5) \quad}$$

である．これらより，v_{A} と V_{C} を求めると，

$$v_{\mathrm{A}} = \boxed{\quad (1 \cdot 6) \quad}$$

$$V_{\mathrm{C}} = \boxed{\quad (1 \cdot 7) \quad}$$

となる．以下の問には，v_{A} と V_{C} を用いずに答えよ．

III) 衝突後，小球 A と小球 B の重心は等速直線運動をするが，重心の速度は

$$\boxed{\quad (1 \cdot 8) \quad} \text{〔m/s〕}$$

となる．この小球 A と小球 B の重心からみた，衝突直後の小球 A の速度および小球 B の速度を，それぞれ，v'_{A}〔m/s〕および v'_{B}〔m/s〕とすると，

$$v'_{\mathrm{B}} = -v'_{\mathrm{A}}$$

であり，v'_{A} は，M, m, V を用いて表すと，

$$v'_{\mathrm{A}} = \boxed{\quad (1 \cdot 9) \quad}$$

となる．

小球 A，小球 B およびばねからなる系の力学的エネルギー E'〔J〕を考えよう．ただし，小球 A と小球 B の重心からみた力学的エネルギー，すなわち，重心から

みた速度 $v'_\mathrm{A}, v'_\mathrm{B}$ などで求めた運動エネルギーを含む力学的エネルギーを考えることにする．衝突前および衝突後のこの系の重心からみた力学的エネルギーを，それぞれ，E'_1〔J〕および E'_2〔J〕とすると，$v'_\mathrm{A}, v'_\mathrm{B}$ を用いず，M, m, V を用いて，

$$E'_2 = \boxed{\quad (1 \cdot 10) \quad}$$

である．また，これらの変化 $E'_2 - E'_1$ は，$v'_\mathrm{A}, v'_\mathrm{B}$ を用いず，M, m, V を用いて，

$$E'_2 - E'_1 = \boxed{\quad (1 \cdot 11) \quad}$$

であり，小球Aと小球Bの重心からみたこの系の力学的エネルギーが

$$\boxed{\quad (1 \cdot 12) \quad}$$

することがわかる（（1・12）には，適当な語句を記入する）．

IV）これ以降，$m < M$ とし，小球Aと小球Cの衝突後の小球Bの運動を考える．ただし，II）と同様に，小球Aと小球Bの重心からではなく，静止している水平面からみた小球Bの速度 v_B〔m/s〕を考え，v_B の最小値を $v_\mathrm{B}^\mathrm{min}$〔m/s〕，最大値を $v_\mathrm{B}^\mathrm{max}$〔m/s〕，すなわち，

$$v_\mathrm{B}^\mathrm{min} \leqq v_\mathrm{B} \leqq v_\mathrm{B}^\mathrm{max}$$

とする．これら $v_\mathrm{B}^\mathrm{min}, v_\mathrm{B}^\mathrm{max}$ は，それぞれ，

$$v_\mathrm{B}^\mathrm{min} = \boxed{\quad (1 \cdot 13) \quad}$$

$$v_\mathrm{B}^\mathrm{max} = \boxed{\quad (1 \cdot 14) \quad}$$

である．

ここで，**図2**のように，小球Bが速度 $v_\mathrm{B}^\mathrm{max}$ で，静止している質量 M の小球Dに弾性衝突したとする．このとき，衝突後の小球Dの速度を V_D〔m/s〕とすると，

$$V_\mathrm{D} = \boxed{\quad (1 \cdot 15) \quad}$$

となる((1・15)には，v_B^{max}を用いない)．これより，質量Mとmが条件式

(1・16)

をみたすとき，

$$V_D > V$$

となることがわかる((1・16)には，できるだけ整理したMとmの関係式を記入する)．

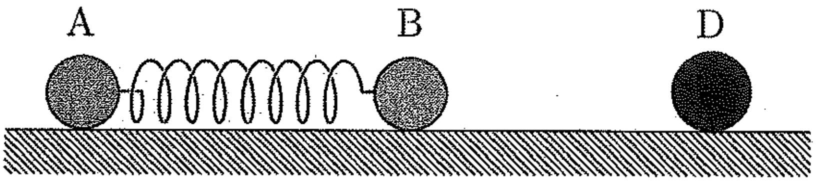

図2　小球Aと小球Bを連結したばねおよび小球D.

【2】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式または記号を記入せよ．

I) 抵抗が R〔Ω〕の導線を一巻きした，質量 m〔kg〕，一辺の長さ L〔m〕の正方形コイル α がある．**図 3** のように，鉛直上向きに Z 軸をとり，その座標を z〔m〕として，$-L < z < 0$ の領域(これ以降，“磁場領域” とする)には，X 軸の正の向きに，磁束密度の大きさ B〔T〕の一様な磁場が加えられている．

正方形コイル α を，辺 CD が高さ h〔m〕となる位置より，自由落下させた．コイル α は YZ 平面内を運動し，辺 CF は常に Z 軸上にある．

重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とし，コイルの自己誘導は無視できるとする．

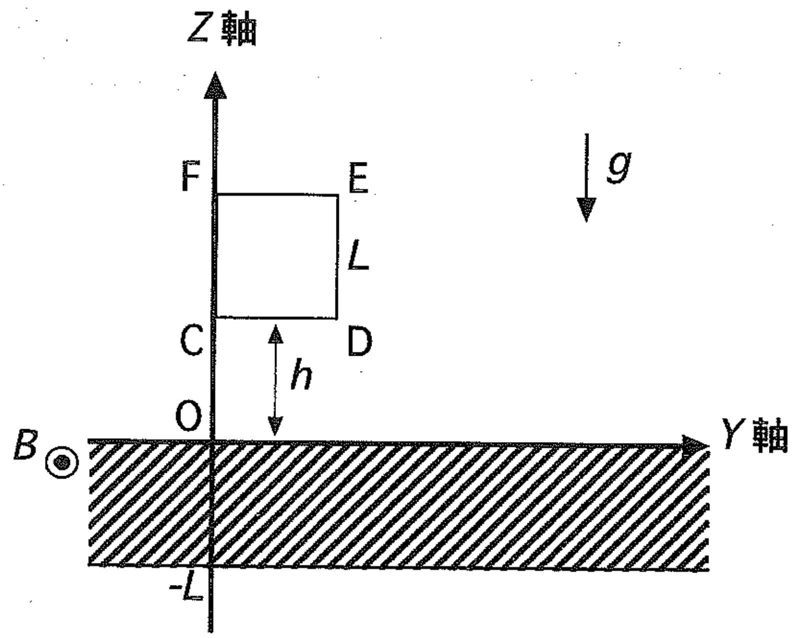

図 3　正方形コイル α の自由落下と磁場領域．

コイル α が自由落下を始めた時刻を時間 t〔s〕の基準とし，$t = 0$ とする．辺 CD が $z = 0$ の高さに到達する時刻は

$\boxed{\quad (2 \cdot 1) \quad}$ 〔s〕

であり，このときのコイル α の速度は

$\boxed{\quad (2 \cdot 2) \quad}$ 〔m/s〕

である（z 成分のみを答えよ）．コイル α には，$\mathrm{C} \to \mathrm{D}$ の向きを正として，

| (2・3) | 〔A〕 |

の電流が流れ始め，磁場はコイル α に

| (2・4) | 〔N〕 |

の力をおよぼすようになる（z 成分のみを答えよ）．

II ）辺 CD が磁場領域にあるとき，コイル α は等速度で落下した．このことより，

$h =$ (2・5)

がわかる．以下の問には，h を用いずに答えよ．

辺 CD が磁場領域を通過するのに要する時間は

| (2・6) | 〔s〕 |

である．この間にコイル α で消費される電力は

| (2・7) | 〔W〕 |

と計算される．

辺 EF が磁場領域を通過する際には，コイル α を流れる電流は，$\mathrm{C} \to \mathrm{D}$ の向きを正として，

| (2・8) | 〔A〕 |

となり，コイル α の落下速度は

| (2・9) | 〔m/s〕 |

である（z 成分のみを答えよ）．

辺 CD が $z = 0$ に到達してから辺 EF が $z = -L$ を通過するまでに，コイル α で発生する熱量は

| (2・10) | 〔J〕 |

となる．

III）図４の左図のように，鉛直上向きに Z 軸をとり，ほぼ上向きの磁場を発生させるコイル（ソレノイド）β の中心軸を Z 軸に固定させ，このコイル β の上方より円形の一巻コイル γ を落下させる．このとき，コイル γ の中心は Z 軸上にあり，その円形の面は水平に保たれた状態で落下する．また，コイル β の半径はコイル γ の半径より十分大きく，これらコイルの自己誘導は無視できるとする．

最初，コイル β のスイッチは閉じた状態にあり，コイル γ の中心はコイル β より十分上方の点Ｐにある．この位置では磁場の影響はほとんどなく，コイル γ に電流は流れていない．点Ｐの位置よりコイル γ を自由落下させ，コイル γ がコイル β の上端に到達したとき，コイル γ を流れる電流は，

（イ） 0である　（ロ） 上から見て右回り　（ハ） 上から見て左回り

のうち，

(2・11)

である（(2・11)には，適当な選択肢の記号を記入する）．このとき，コイル γ が磁場からうける力は，

（イ） 0である　（ロ） 上向き　（ハ） 下向き

のうち，

(2・12)

である（(2・12)には，適当な選択肢の記号を記入する）．

図４の右図のように，コイル β は X 軸を含む水平面に関して上下対称である．コイル γ がこの水平面に到達したとき，コイル γ が磁場からうける力は

(2・13)

であり，コイル β の下端に到達したとき，コイル γ が磁場からうける力は

(2・14)

である（(2・13)と(2・14)には，適当な(2・12)の選択肢の記号を記入する）．

IV) 次に，コイル β のスイッチを開き，磁場がない状態で，コイル γ を点Pの位置から自由落下させた場合を考えよう．コイル γ がコイル β より十分下方の点Qの位置に到達したときの速さは，磁場中を落下した場合より，

（イ） 大きくなる　　（ロ） 小さくなる　　（ハ） 同じである

のうち，

(2・15)

である（(2・15)には，適当な選択肢の記号を記入する）．磁場中を落下した場合と磁場がない状態で落下した場合の運動エネルギーの差は，

（イ） 位置エネルギーに変化した　　（ロ） 0である

（ハ） ジュール熱に変化した　　（ニ） 非常に小さい

のうち，

(2・16)

と考えられる（(2・16)には，適当な選択肢の記号を記入する）．

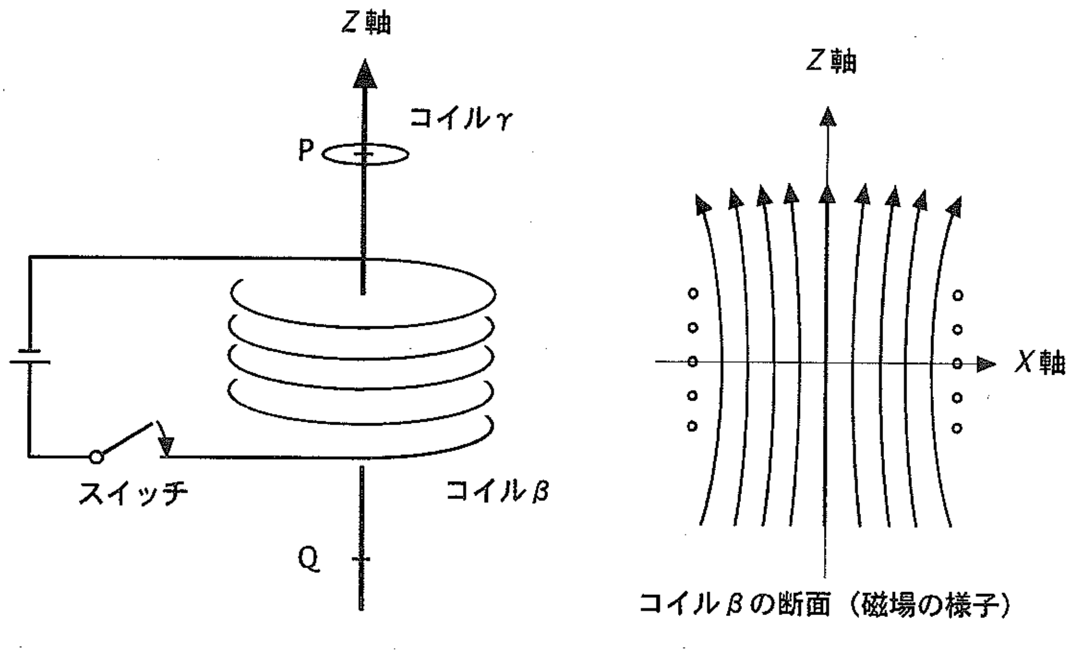

図４　コイル β と一巻コイル γ.

【3】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式，記号または説明を記入せよ.

図5のように，位置Sに音源を置き，そこから振動数 f_0〔**Hz**〕の音波を発生させる．観測者は，位置Sから d〔**m**〕離れた位置Oを中心とする半径 r〔**m**〕の円周上を角速度 ω〔**rad/s**〕で時計回りに等速円運動をしながら，音源から出た音を聞いており，この観測者の位置を位置Pとする．ただし，$d > r$ である．

音速は V〔**m/s**〕とする．なお，$V \gg r\omega$ であり，無風状態とする．

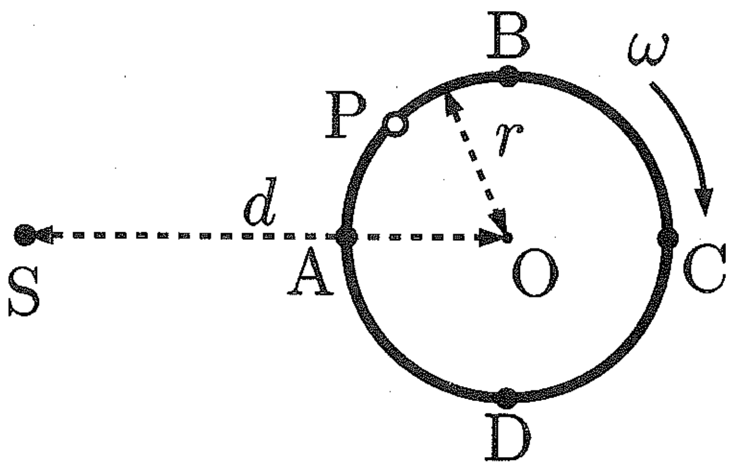

図5　位置Sに置かれた音源と半径 r の円周上の位置Pにいる観測者.

I ）音源と観測者を結ぶ方向に対して，観測者は斜めに動いており，観測者の速度のこの方向の成分が変化する．これにより音波の相対速度が変化するため，観測者が聞く音の振動数は音源から発せられる振動数 f_0 とは異なる．以下では，等速円運動する観測者が聞く音の振動数 f〔**Hz**〕の時間 t〔**s**〕による変化を求める．

位置Sと円の中心Oを結ぶ線分と円との交点の位置をAとする．この位置Aで観測者が聞く音の振動数を f_A〔**Hz**〕とすると，

$$f_A = \boxed{\quad (3 \cdot 1) \quad}$$

である．また，位置Aから時計回りに $\frac{\pi}{2}$ **rad** 回転した位置をB，π **rad** 回転した位置をC，$\frac{3\pi}{2}$ **rad** 回転した位置をDとする．これらの位置で観測者が聞く音の振動数を，それぞれ，f_B〔**Hz**〕，f_C〔**Hz**〕，f_D〔**Hz**〕とすると，

$f_B =$ $\boxed{(3 \cdot 2)}$

$f_C =$ $\boxed{(3 \cdot 3)}$

$f_D =$ $\boxed{(3 \cdot 4)}$

である．観測者が聞く音の振動数 f が最低となる位置Lと最高となる位置Hは，

(イ) AとBの間

(ロ) BとCの間

(ハ) CとDの間

(ニ) DとAの間

のうち，

位置L： $\boxed{(3 \cdot 5)}$

位置H： $\boxed{(3 \cdot 6)}$

にあり((3・5)と(3・6)には，適当な選択肢の記号を記入する)，位置Aからの回転角∠AOLおよび∠AOHを，それぞれ，ϕ_L〔rad〕および ϕ_H〔rad〕とすると，

$\cos\phi_L =$ $\boxed{(3 \cdot 7)}$

$\cos\phi_H =$ $\boxed{(3 \cdot 8)}$

である．また，これら位置Lおよび位置Hで観測者が聞く音の振動数を，それぞれ，f_L〔Hz〕および f_H〔Hz〕とすると，

$f_L =$ $\boxed{(3 \cdot 9)}$

$f_H =$ $\boxed{(3 \cdot 10)}$

である．

これらより，観測者が聞く音の振動数と音源の振動数の差 $f - f_0$ の時間 t による変化は，観測者が点 A を最初に通過したときを $t = 0$ として，

$$\boxed{\quad (3 \cdot 11) \quad}$$

である（解答用紙中の計算用余白に，横軸を t，縦軸を $f - f_0$ にとって，大まかなグラフを描き，（3・11）には，グラフの特徴の簡潔な説明を記入する．ただし，グラフには，位置 A，B，C，D，L，H を通過する時刻を明示すること）．

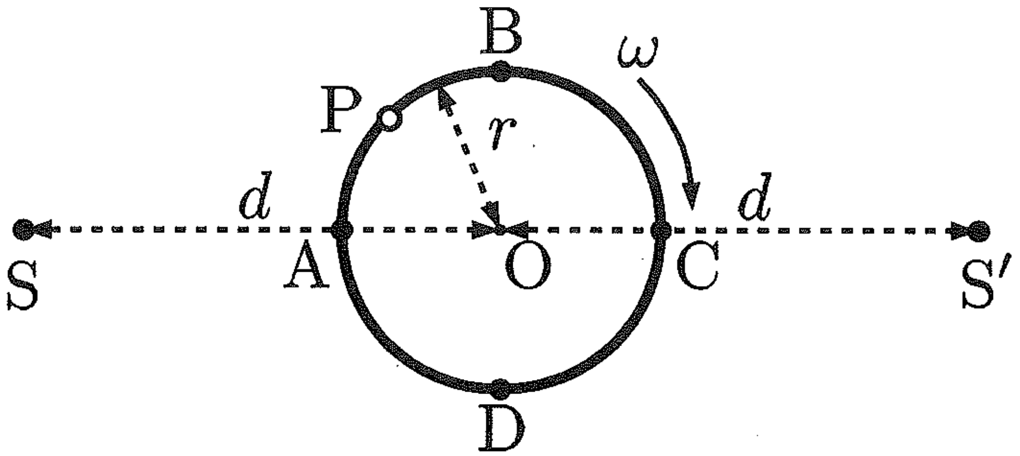

図 6　位置 S と位置 S′ に置かれた音源と半径 r の円周上の位置 P にいる観測者．

II）次に，**図 6** のように，位置 S と円の中心 O を結ぶ線分の延長線上で中心 O からの距離が d の位置 S′ にも音源を置き，そこからも振動数 f_0 の音波を発生させる．この場合に，観測者が聞く音の単位時間あたりのうなりの回数 n〔1/s〕を求める．

ただし，$V \gg r\omega$ なので，観測者の動きは十分ゆっくりであり，ある位置で観測者が時間 T〔s〕に N 回のうなりを測定した場合について，これを単位時間あたりに換算し，$\dfrac{N}{T}$ をうなりの回数 n としているとする．

観測者が位置 A と位置 C で測定するうなりの回数は等しくなり，位置 B と位置 D で測定するうなりの回数は等しくなる．前者を n_A〔1/s〕，後者を n_B〔1/s〕とすると，

$$n_A = \boxed{\quad (3 \cdot 12) \quad}$$

$$n_B = \boxed{\quad (3 \cdot 13) \quad}$$

である．

一方，観測者が位置 L で測定するうなりの回数を n_L〔**1/s**〕とすると，

$$n_L = \boxed{\quad (3 \cdot 14) \quad}$$

となるが，位置 L とは異なる位置でも，この n_L と同じうなりの回数を測定した．観測者がこれらの位置(位置 L を含める)を通過する時刻を，ϕ_L, ω を用いて表すと，

$$\boxed{\quad (3 \cdot 15) \quad} \quad \text{〔s〕}$$

となる((3・15)には，$0 \leqq t \leqq \dfrac{2\pi}{\omega}$ の範囲のすべての時刻を記入する)．