奈良県立医科大学 後期

平 成 25 年 度

試 験 問 題

理　　　　科

（9時 ～ 12時）

【注 意】

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．**
2. 試験科目，ページ，解答用紙数および選択方法は下表のとおりである．

科 目	ページ	解答用紙数	選 択 方 法
化 学	1 ～ 13	2 枚	左の**3科目のうちから**
生 物	14 ～ 27	3 枚	**2科目**を選択せよ．
物 理	28 ～ 39	3 枚	

3. **監督者の指示**に従って，選択しない科目を含む**全解答用紙**（8枚）に受験番号と選択科目を記入せよ．
   ① **受験番号欄**に**受験番号**を記入せよ．
   ② **選択科目記入欄**に**選択する2科目**を○印で示せ．
   上記①，②の記入がないものおよび3科目を選択または1科目のみを選択した場合は**答案全部を無効**とする．
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. **物理**を選択するものは，必要な計算等を解答用紙中の**計算用余白**で行え．採点の参考にする．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも**切り離してはならない．**
8. **解答用紙は持ち帰ってはならない．**問題冊子は持ち帰ってよい．

◇M5(693—120)

物　　　　　理

【1】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式または説明を記入せよ．

平面上に点電荷を固定した場合の平面内の電位分布およびその平面内での荷電粒子の運動を考える．座標軸からの距離 x〔m〕，y〔m〕を用いて，平面内の点の位置を (x, y) で表す．クーロンの法則の定数を k〔$\mathbf{N{\cdot}m^2/C^2}$〕として，以下の問に答えよ．ただし，点電荷による電位の基準点は無限遠，すなわち，無限遠での電位を 0 V とする．また，重力の影響は無視できるものとする．

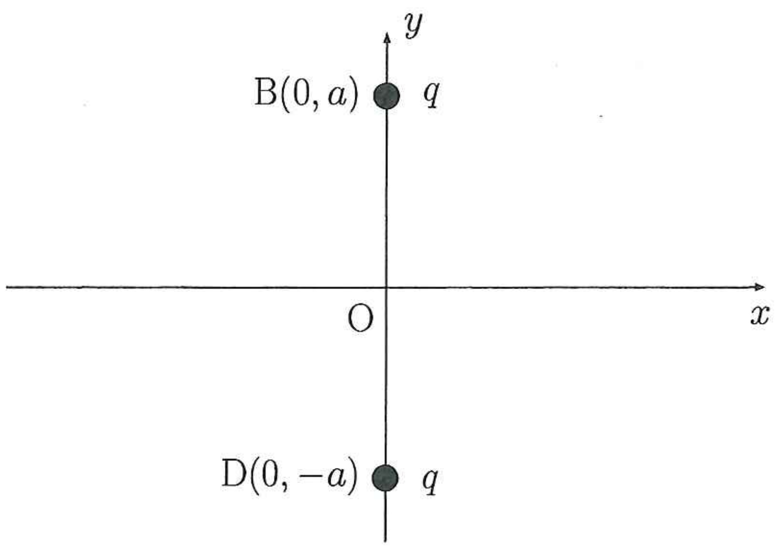

図 1　平面上の点 B および D.

I) **図 1** のように，原点 O から a〔m〕はなれた y 軸上の点 B$(0, a)$ と点 D$(0, -a)$ にそれぞれ正の電荷 q〔C〕$(q > 0)$ をもつ点電荷を固定する．

平面内の点 (x, y) における電位 ϕ_1〔V〕は点 B に固定された電荷による電位と点 D に固定された電荷による電位の和で与えられ，x, y を用いて，

$$\phi_1 = \boxed{\quad (1 \cdot 1) \quad}$$

と表される．このとき，x 軸上の点 $(x, 0)$ に置かれた正の電荷 e〔C〕$(e > 0)$ をもつ質量 m〔kg〕の荷電粒子にはたらく力の x 成分は

$$\boxed{\quad (1 \cdot 2) \quad} \text{〔N〕}$$

であり，y 成分は

$$\boxed{\quad(1・3)\quad}\ \text{〔N〕}$$

である．

この荷電粒子は x 軸上を運動するものとする．無限遠の x 軸上の点から原点Oに向かって速さ u_0〔**m/s**〕で荷電粒子を投げ出すと，荷電粒子は原点Oを通過して反対方向へ到達した．このとき，u_0 は条件

$$\boxed{\quad(1・4)\quad}$$

を満たしている((1・4)には，関係式を記入する)．

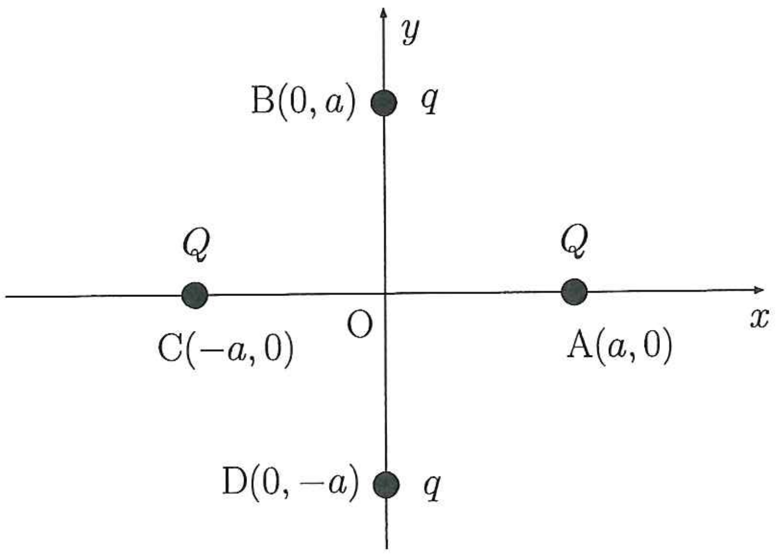

図2　平面上の点A，B，CおよびD．

II）次に，**図2**のように，点Bと点Dの点電荷に付け加えて，x 軸上の点A$(a,0)$と点C$(-a,0)$にそれぞれ正の電荷 Q〔**C**〕$(Q>0)$をもつ点電荷を固定する．

平面内の点 (x,y) における電位 ϕ_2〔**V**〕は，(1・1)と同様に考えれば，

$$\phi_2=\phi_1+\boxed{\quad(1・5)\quad}$$

である．ここで，原点O付近，すなわち，x, y が a に比べて十分小さいときの電位 ϕ_2 を，ϕ_1 および(1・5)に以下の近似公式を用いて，求める．

$$\frac{1}{\sqrt{a^2+\Delta}}=\frac{1}{a\sqrt{1+\Delta/a^2}}\fallingdotseq\frac{1}{a}\left(1-\frac{1}{2}\frac{\Delta}{a^2}+\frac{3}{8}\frac{\Delta^2}{a^4}\right)$$

ただし，Δ は a^2 を含まない x, y, a の 2 次式，例えば，$\Delta = x^2 + ay$ であり，Δ は a^2 に比べて十分小さく，Δ^2 中の x^4, x^2y^2 などの項は無視できる．これより，

$$\phi_2 \fallingdotseq \boxed{\quad (1 \cdot 6) \quad}$$

と表される．すなわち，(1・6)は定数項，x^2 の項および y^2 の項の和で表される．

荷電粒子(電荷 e，質量 m)を原点 O 付近の x 軸上に静かに置いたところ，その運動は x 軸にそった角振動数 ω_x〔**rad/s**〕の単振動になった．また同様に，荷電粒子を原点 O 付近の y 軸上に静かに置いたところ，その運動は y 軸にそった角振動数 ω_y〔**rad/s**〕の単振動になった．ここで，電位と位置エネルギーの関係，および，ばねの単振動でのばね定数と弾性力の位置エネルギーの関係を考えると，

$$\omega_x = \boxed{\quad (1 \cdot 7) \quad}$$

$$\omega_y = \boxed{\quad (1 \cdot 8) \quad}$$

である．これらより，電荷 Q および q は条件

$$\boxed{\quad (1 \cdot 9) \quad}$$

を満たしていることになる((1・9)には，関係式を記入する)．

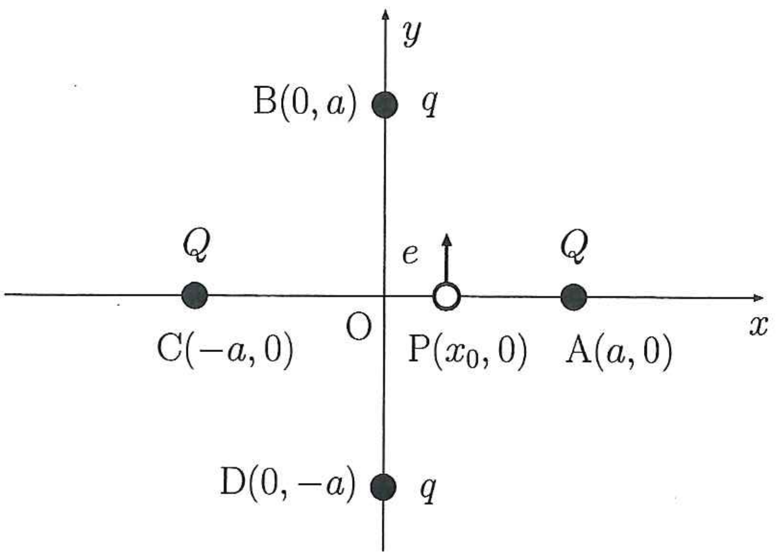

図 3　平面上の点 A，B，C，D および P.

III) **図3**のように，荷電粒子を原点O付近のx軸上の点$\mathrm{P}(x_0, 0)$から(原点Oとの距離x_0〔**m**〕)，y軸方向に初速度v_0〔**m/s**〕で投げ出したところ，その平面内での運動はx軸方向には角振動数ω_xの単振動，y軸方向には角振動数ω_yの単振動になった．すなわち，時刻t〔**s**〕の荷電粒子の位置のx成分X〔**m**〕と速度のx成分V_x〔**m/s**〕は，単振動の振幅をA_x〔**m**〕，$t=0$の位相をα_x〔**rad**〕として，

$$X = A_x \cos(\omega_x t + \alpha_x), \quad V_x = -\omega_x A_x \sin(\omega_x t + \alpha_x)$$

となり，時刻tの荷電粒子の位置のy成分Y〔**m**〕と速度のy成分V_y〔**m/s**〕は，単振動の振幅をA_y〔**m**〕，$t=0$の位相をα_y〔**rad**〕として，

$$Y = A_y \cos(\omega_y t + \alpha_y), \quad V_y = -\omega_y A_y \sin(\omega_y t + \alpha_y)$$

となった．ここで，A_x, α_x, A_y, α_yは$t=0$の最初の位置と速度から決まり，

$$X = \boxed{\quad (1 \cdot 10) \quad}$$

$$Y = \boxed{\quad (1 \cdot 11) \quad}$$

となる((1・10)および(1・11)はx_0, v_0, ω_x, ω_y, tの中から必要なものを用いて表す)．

これら(1・10)と(1・11)からtを消去すると，平面内での荷電粒子の軌跡を表す方程式を求めることができる．軌跡は，$\omega_x = \omega_y$の場合には，

$$\boxed{\quad (1 \cdot 12) \quad}$$

となり，$\omega_x = 2\omega_y$の場合には，

$$\boxed{\quad (1 \cdot 13) \quad}$$

となる(それぞれの場合について，解答用紙中の計算用余白に軌跡の大まかなグラフを描き，(1・12)および(1・13)には，グラフの特徴の簡潔な説明および軌跡を表す方程式を記入する)．

【2】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な適当な数，式または説明を記入せよ．

図４のように，電源とコイルN_1を接続した回路１，および，コイルN_2とスイッチＳと抵抗Ｒを接続した回路２が鉄心によって結ばれている．コイルN_1の総巻数はn_1，コイルN_2の総巻数はn_2であり，コイルの長さはともにℓ〔m〕である．鉄心の断面積はA〔m^2〕で一定であり，これらのコイルを流れる電流がつくる磁場はソレノイドを流れる電流がつくる磁場と考えて良く，磁場は一様である．

回路１を流れる電流をi_1〔A〕，回路１のｂ点に対するａ点の電圧をv_1〔V〕，スイッチＳを閉じた際に回路２を流れる電流をi_2〔A〕，回路２のｄ点に対するｃ点の電圧をv_2〔V〕とし，これらの電流の正の向きは，それぞれ，図４の通りとする．回路１あるいは回路２に電流が流れた時に発生する磁束Φ〔Wb〕の向きは図４に示した向きを正の向きとし，鉄心外への磁束の漏れ出しは無視できるものとする．

抵抗Ｒの抵抗値をR〔Ω〕，鉄の透磁率をμ〔H/m〕として，以下の問に答えよ．ただし，上記以外の電気抵抗はすべて無視できるものとする．

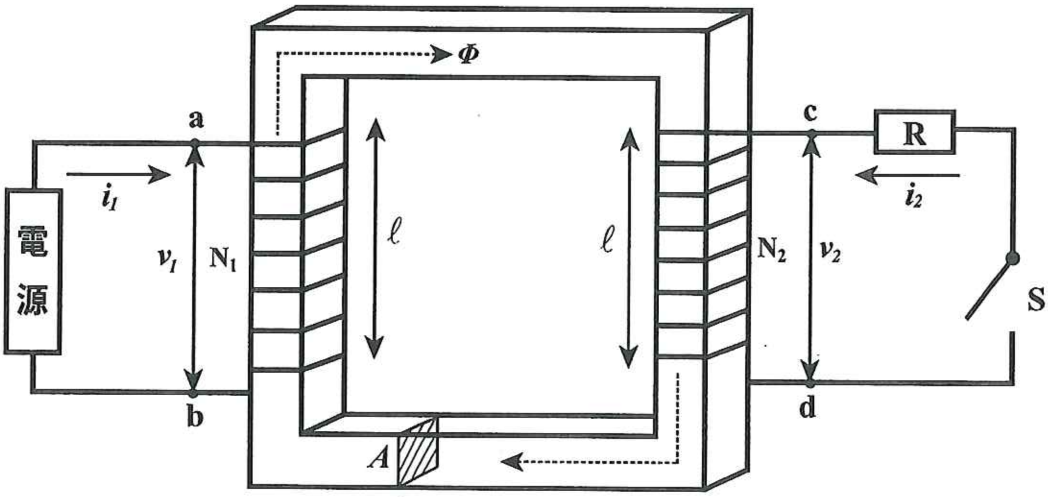

図４　電源，コイル，スイッチ，抵抗，鉄心よりなる電気回路．

Ｉ）始めに，スイッチＳが閉じている場合を考えよう．コイルN_1を流れる電流i_1がつくる磁場の磁束密度は

$\boxed{\quad (2\cdot1) \quad}$ 〔T〕

であり，コイル N_2 を流れる電流 i_2 がつくる磁場も同様なので，鉄心を貫く磁束は

(2・2)	〔**Wb**〕

である．

コイル N_1，N_2 の自己誘導と相互誘導を考えよう．時間 Δt〔**s**〕の間に，電流 i_1 および i_2 が，それぞれ，Δi_1〔**A**〕および Δi_2〔**A**〕だけ変化するとき，ファラデーの電磁誘導の法則により，回路 1 および 2 に誘導起電力が生じる．コイル N_1 の自己インダクタンスを α〔**H**〕，コイル N_1 と N_2 の相互インダクタンスを β〔**H**〕，コイル N_2 の自己インダクタンスを γ〔**H**〕とすると，電圧 v_1, v_2 は，それぞれ，

$$v_1 = \alpha\frac{\Delta i_1}{\Delta t} + \beta\frac{\Delta i_2}{\Delta t}, \quad v_2 = \beta\frac{\Delta i_1}{\Delta t} + \gamma\frac{\Delta i_2}{\Delta t}$$

であるが，鉄心を貫く磁束が (2・2) であることを考えれば，

$\alpha =$ (2・3)

$\beta =$ (2・4)

$\gamma =$ (2・5)

となり，$\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma > 0$ である．また，電圧 v_1, v_2 の比は

$v_1 : v_2 =$ (2・6)

である．これより，**図 4** の回路は変圧器として機能することが分かる．現在の電力送電では高電圧送電と変圧器が用いられているが，高電圧送電を用いる利点は

(2・7)

である ((2・7) には，ジュール熱という用語，および，電力送電の電圧 V〔**V**〕，電流 I〔**A**〕，電力 P〔**W**〕などを用いた式を示しながら，利点の簡潔な説明を記入する)．

II) 次に，スイッチSが開いている場合を考える．回路1を流れる電流 i_1 が，時刻を t〔s〕，ある時間を t_1〔s〕，電流の最大値を i_0〔A〕として，**図5**のような時間変化をするように，電源の電圧を時間変化させた場合を考えよう．

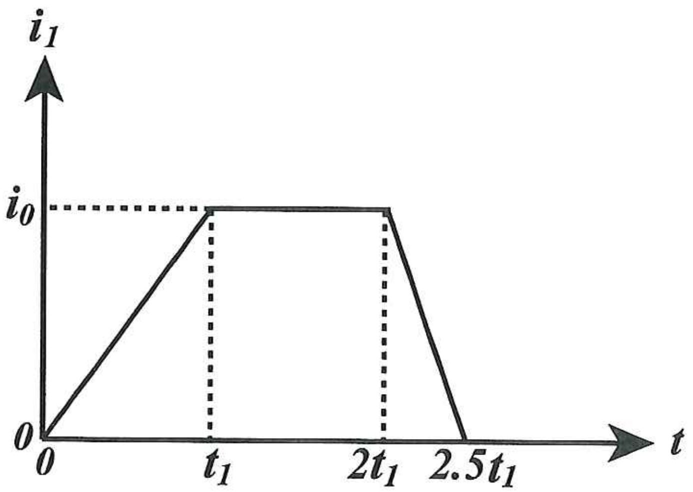

図5　回路1を流れる電流 i_1 の時間変化.

このとき，回路2のcd間の電圧 v_2 の時間変化は

(2・8)

となる(解答用紙中の計算用余白に v_2 の時間変化を示す大まかなグラフを描き，(2・8)には，そのグラフの特徴の簡潔な説明を記入する)．

III) 回路1のab間の電圧 v_1 が，ある時間を t_2〔s〕，電圧の最大値を v_0〔V〕として，**図6**のような時間変化をするように，電源の電圧を時間変化させた場合を考えよう．ただし，$t < 0$ では，$i_1 = 0$, $i_2 = 0$ とする．

スイッチSは開いているとすると，$0 < t < t_2$ の間に鉄心を貫く磁束は

(2・9)

〔Wb〕

である((2・9)には，v_0 を用いた式を記入する)．これと(2・2)から，回路1を流れる電流 i_1 は，$0 < t < t_2$ では，

$i_1 =$

(2・10)

であり，$t > t_2$ では，

$$i_1 = \boxed{\quad (2 \cdot 11) \quad}$$

であることが分かる.

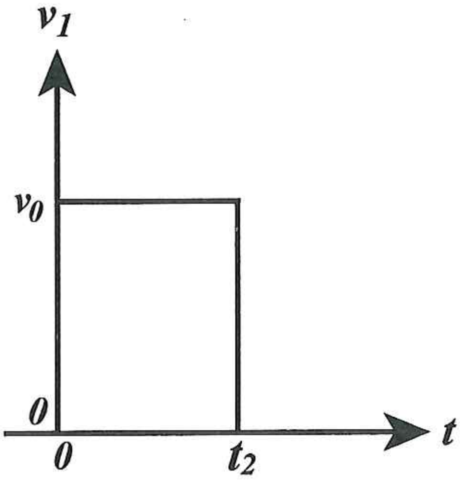

図 6　回路 1 の ab 間の電圧 v_1 の時間変化.

一方，スイッチ S を閉じているとすると，回路 2 に流れる電流 i_2 は，$0 < t < t_2$ では，

$$i_2 = \boxed{\quad (2 \cdot 12) \quad}$$

であり，$t > t_2$ では，

$$i_2 = \boxed{\quad (2 \cdot 13) \quad}$$

である.（2・2）と（2・12）より，$0 < t < t_2$ の間に回路 1 を流れる電流 i_1 は

$$i_1 = \boxed{\quad (2 \cdot 14) \quad}$$

であることが分かる.

【3】 以下の $\boxed{}$ の中に適当な数，式，番号または説明を記入せよ．

密閉された容器の中に，単原子分子理想気体を閉じ込めた浮き A および一定の体積の水が入っており，水の密度 ρ〔$\mathbf{kg/m^3}$〕は一定である．浮き A には自由に動く平らな蓋がついており，水圧によって，浮き A 中の理想気体の体積 V〔$\mathbf{m^3}$〕が変化する．また，容器の上端には自由に動く表面積 S〔$\mathbf{m^2}$〕の平らな仕切り B があり，外から力を加えて容器の上端の水圧 P〔$\mathbf{Pa}$〕を変化させることができる．

理想気体を含め全体の絶対温度は一定で T〔$\mathbf{K}$〕に保たれているとする．また，水圧 P が変化するときは非常にゆっくりと変化した．

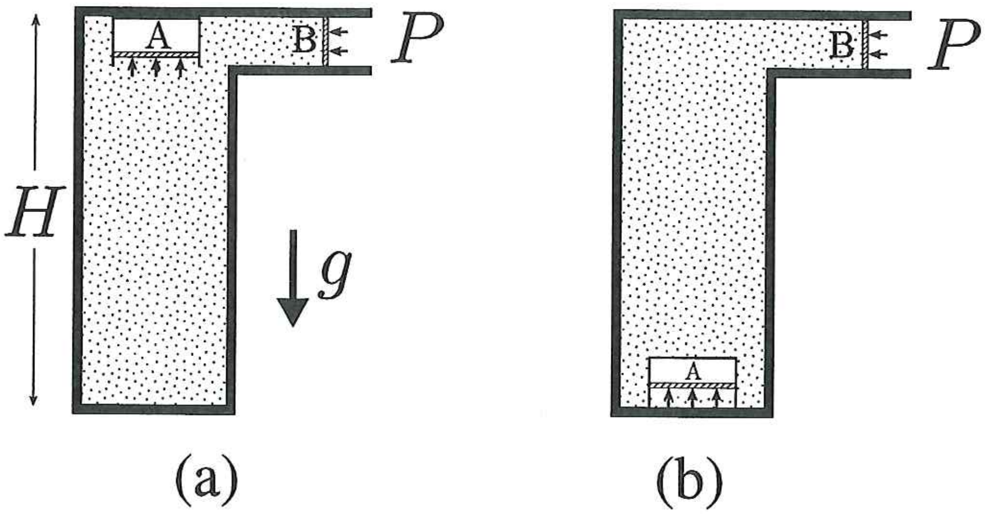

図 7　容器，浮き A および容器の仕切り B.

水圧 P を P_1〔$\mathbf{Pa}$〕まで増やすと，容器の上端に浮いていた浮き A が(**図 7a**)，底に沈む(**図 7b**)．沈む直前の上端に浮いていたときの浮き A 中の理想気体の体積を V_1〔$\mathbf{m^3}$〕，**図 7a** と **図 7b** の浮き A の高さの差を H〔$\mathbf{m}$〕とする．

浮き A や容器の仕切り B の大きさは H に比べて十分小さく，蓋や仕切りの面内での圧力の変化は無視できる．したがって，浮きの蓋にかかる圧力は浮きの高さで決まる水圧に等しく，浮き A が上端にあるときは P に等しい．また，浮き A それ自体の体積は無視でき，浮き A の体積はその中の理想気体の体積に等しい．蓋や仕切り B が動く際の変形や摩擦も無視できる．重力加速度を g〔$\mathbf{m/s^2}$〕，気体定数を R〔$\mathbf{J/(mol{\cdot}K)}$〕として，以下の問に答えよ．

I）最初に，水圧 P が P_0〔**Pa**〕で，浮き A 中の理想気体の体積 V が V_0〔$\mathbf{m^3}$〕であったとする．このとき，容器の仕切り B を面に垂直に距離 Δx〔**m**〕だけ押し込むと，浮き A は上端に浮いたままであった．このとき，Δx が十分小さければ，浮き A 中の理想気体に与えられた仕事は

（3・1）	〔J〕

であり，浮き A 中の理想気体の内部エネルギーの増加は

（3・2）	〔J〕

である．したがって，浮き A 中の理想気体が熱として外に放出したエネルギーは

（3・3）	〔J〕

に等しい．

II）容器の上端に浮いていた浮き A は $P = P_1$ で底に沈むが，このことおよびアルキメデスの原理を考えると，浮き A の質量は，その中の理想気体の質量を含めて，

（3・4）	〔kg〕

である（（3・4）には，V_1 を用いた式を記入する）．また，浮き A 中の理想気体のモル数は

（3・5）	〔mol〕

である（（3・5）には，V_1 を用いた式を記入する）．

III）浮き A は $P = P_1$ で底に沈み，浮き A が底についたときも，$P = P_1$ である．浮き A が底についたとき，浮き A 中の理想気体にかかる圧力は

（3・6）	〔Pa〕

になり，その体積 V は，V_1 を用いて，

（3・7）	〔$\mathbf{m^3}$〕

と表される．浮き A が上端から底まで沈む間に V は変化するが，この間に，仕切り B を押し込むことによって，水に与えられた仕事は

(3・8)	〔**J**〕

である（(3・8)には，この仕事を表す式およびその式が得られる理由の簡潔な説明を記入する）．

IV）浮き A は底についたまま，V が V_2〔$\mathbf{m^3}$〕になるまで P を増やした後，今度は，容器の仕切り B を逆に動かして P を減らしていく．すると，P が

(3・9)	〔**Pa**〕

まで減ると，浮き A が浮かんで容器の上端に戻る．このときの体積 V は，V_1 を用いて，

(3・10)	〔$\mathbf{m^3}$〕

と表される．

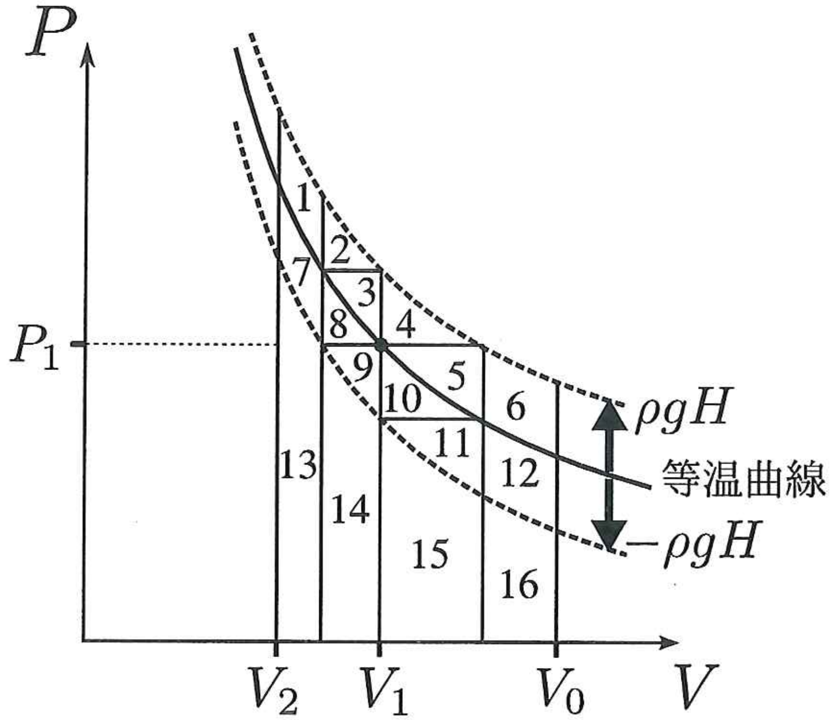

図 8　浮き A 中の理想気体の体積 V と容器の上端の水圧 P.

Ｖ）最後に，$P = P_0$ の最初の状態になるまで P を減らす．最初から最後までの一連の過程を考えると，浮き A 中の理想気体の内部エネルギーの増加は

$$\boxed{\quad (3 \cdot 11) \quad} \text{〔J〕}$$

である．

ここで，**図 8** の横軸 V，縦軸 P のグラフを考えよう．等温曲線は V と P の反比例の曲線 $(PV = P_1V_1 = \text{一定})$ であり，点線は等温曲線を P 軸方向に $\pm\rho g H$ だけ平行移動した 2 つの曲線を表しており，V, P の変化を表す経路が一連の過程に対応している．一連の過程で，仕切り B を押し込むことによって，水に与えられた仕事の合計はこの経路で決まる領域の面積から求められるが，この領域は

$$\boxed{\quad (3 \cdot 12) \quad}$$

と考えられる（（3・12）には，領域を記入するが，領域の指定には**図 8** に示された番号を用い，例えば，**図 9** に斜線で示した領域 1 と領域 2 と領域 7 を合わせた領域を指定するときは，1＋2＋7 と記入する）．

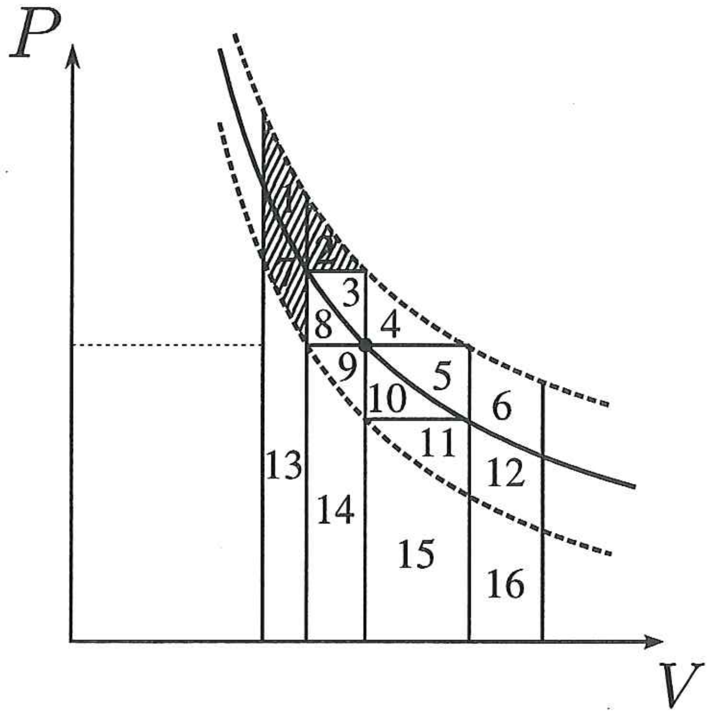

図 9　領域の指定の例．