奈良県立医科大学 前期

平 成 31 年 度

試 験 問 題 ②

学 科 試 験

(9時 ~ 12時)

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない.
2. 試験教科，試験科目，ページ，解答用紙および選択方法は下表のとおりである.

教 科	科 目	ページ	解答用紙数	選 択 方 法
数 学	数 学	1 ~ 10	2 枚	数学，英語は必須解答とする. 理科は左の3科目のうちから1科目を選択せよ.
英 語	英 語	11 ~ 14	3 枚	
理 科	化 学	15 ~ 26	3 枚	
	生 物	27 ~ 44	2 枚	
	物 理	45 ~ 52	1 枚	

3. 監督者の指示に従って，選択しない理科科目を含む全解答用紙(10枚)に受験番号と選択科目(理科のみ)を記入せよ.

① 受験番号欄に受験番号を記入せよ.

② 理科は選択科目記入欄に選択する1科目を○印で示せ.

上記①，②の記入がないもの，および理科2科目または理科3科目選択した場合は答案全部を無効とする.

4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ.
5. 問題冊子の余白を使って，計算等を行ってもよい.
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ.
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない.
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない. 問題冊子は持ち帰ってよい.

◇M2(597—55)

数　学

【1】 以下の文章の空欄に適切な数を入れて文章を完成させよ．

1から9までの数字が書かれたカードが各1枚，合計9枚箱に入っている．箱から同時に何枚かのカードを取り出す．取り出したカードに書かれた数の合計をSとする．

(1) 箱から2枚のカードを取り出すとき，Sが2で割り切れる確率は $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) 箱から3枚のカードを取り出すとき，Sが2で割り切れる確率は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(3) 箱から2枚のカードを取り出すとき，Sが3で割り切れる確率は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(4) 箱から3枚のカードを取り出すとき，Sが3で割り切れる確率は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(5) 箱から3枚のカードを取り出すとき，Sが6で割り切れる確率は $\boxed{\text{オ}}$ である．

－余白（計算用紙）－

【2】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.
n は0以上の整数とする. 整数からなる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は $\left(3+\sqrt{5}\right)^n = a_n + b_n\sqrt{5}$ を満たすとする. このとき, $a_0 = \boxed{\text{ア}}$, $b_0 = \boxed{\text{イ}}$ であり, $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ は次の漸化式を満たす.

$$a_{n+1} = \boxed{\text{ウ}}\, a_n + \boxed{\text{エ}}\, b_n,$$

$$b_{n+1} = a_n + \boxed{\text{オ}}\, b_n$$

ところで, $\left(3-\sqrt{5}\right)^n$ を a_n, b_n を用いて表すと $\left(3-\sqrt{5}\right)^n = a_n - \boxed{\text{カ}}\, b_n$ であることから, 一般項は

$$a_n = \boxed{\text{キ}},$$

$$b_n = \boxed{\text{ク}}$$

となる. 0以上の実数 x に対して, x を超えない最大の整数を $[x]$ と表し, x の小数部分を $\langle x \rangle = x - [x]$ と表す. x が0以上の実数全体を動くとき, $\langle x \rangle$ の取りうる値の範囲は $\boxed{\text{ケ}}$ である. $0 < \left(3-\sqrt{5}\right)^n < 1$ であることに注意すると,

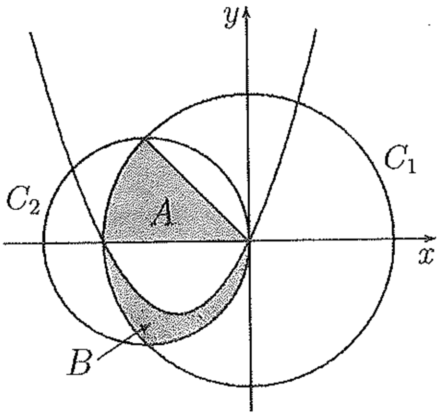
$$\lim_{n\to\infty} \left\langle \left(3+\sqrt{5}\right)^n \right\rangle = \boxed{\text{コ}}$$

となることが分かる.

－余白（計算用紙）－

【3】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

xy 平面の原点を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円を C_1, 原点で y 軸に接し, 中心の x 座標が負である半径 1 の円を C_2 とする. 原点および C_1 と x 軸の交点を通る放物線 $y = \sqrt{2}x^2 + ax$ が下図のように重なっている. このとき, $a =$ $\boxed{\text{ア}}$ で, この放物線と x 軸で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{イ}}$ である. また, C_1 と C_2 の 2 つの交点の座標は $\boxed{\text{ウ}}$ で, 扇形 A の面積は $\boxed{\text{エ}}$, C_1, C_2 と放物線で囲まれた図形 B の面積は $\boxed{\text{オ}}$ である. (脚注参照)



(脚注) C_1 と C_2 の交点のうち y 座標が正のものを P とする. C_1 と x 軸の交点のうち x 座標が負のものを Q とする. 扇形 A は, 線分 OP, OQ と円 C_1 の劣弧 PQ で囲まれる図形である. ただし, 劣弧とは円周上の 2 点によって円周を分けたときの, 半円より小さい方の弧のことである. 図形 B は, C_1 と C_2 両方の円に囲まれ, さらに放物線より下にある部分である.

－余白（計算用紙）－

【4】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

xyz 空間の原点を中心とする球面 S 上に点A,B,Cがあり, 各点の座標はそれぞれ $(2,3,1)$, $(3,1,2)$, $(1,2,3)$ である. 点A,B,C を中心とする半径 t の球面をそれぞれ S_A, S_B, S_C とする.

(1) S_A と S の交わりが円となるための t の範囲は $\boxed{\text{ア}} < t < \boxed{\text{イ}}$ である. この円を C_A と表す. このとき, 同様に S_B と S の交わり C_B, S_C と S の交わり C_C も円になる. 以下では上記の t の範囲で考える.

(2) 円 C_A の半径は $\boxed{\text{ウ}}$ である.

(3) 円 C_A と円 C_B が共有点をもつような半径 t の最小値は $\boxed{\text{エ}}$ で, その共有点の座標は $\boxed{\text{オ}}$ である.

(4) 3つの円 C_A, C_B, C_C のすべてに共有される点が存在する場合を考える. そのような t の値はいくつかあり, そのうち最小のものは $t = \boxed{\text{カ}}$ である.

－余白（計算用紙）－

【5】 以下の問に答えよ．

直線上で距離 L だけ離れた2地点P,Qを考える．時刻 $t=0$ に初速 c_A でPを出発してQに向かって動き出した移動体Aの時刻 t での速度が，$v_A(t)=c_Ae^{-kt}$ であるとする．ただし，c_A も k も正の定数である．時刻 T にAがいる地点をRとする．同時刻 T にRを出発しQに向かう移動体Bの，時刻 $t\,(\geqq T)$ での速度は $v_B(t)=c_Be^{-k(t-T)}$ であるとする．ただし，c_B は正の定数である．以下の問いに答えよ．

(1) 移動体A, Bの時刻 t までの移動距離をそれぞれ $x_A(t)$, $x_B(t)$ で表す．$t \geqq 0$ に対し $x_A(t)$ を，$t \geqq T$ に対し $x_B(t)$ を求めよ．さらに，移動体A, Bの移動可能距離の上限，すなわち以下に定義する量 L_A, L_B を求めよ．

$$L_A=\lim_{t\to\infty} x_A(t), \quad L_B=\lim_{t\to\infty} x_B(t)$$

(2) $L_A<L$, $L_B<L$, $L_A+L_B>L$ の条件のもとで，移動体BがQに到達する時刻を t_0 とする．t_0 が最小となるようなRが定まる．そのときのPR間の距離を L_A, L_B, L を用いて表せ．

－余白（計算用紙）－