奈良県立医科大学 前期

平 成 29 年 度

試 験 問 題 ②

学 科 試 験

(9時 ～ 12時)

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない.
2. 試験教科，試験科目，ページ，解答用紙および選択方法は下表のとおりである.

教 科	科 目	ページ	解答用紙数	選 択 方 法
数 学	数 学	1 ～ 12	2 枚	数学，英語は必須解答とする. 理科は左の3科目のうちから1科目を選択せよ.
英 語	英 語	13 ～ 16	2 枚	
理 科	化 学	17 ～ 30	2 枚	
	生 物	31 ～ 48	6 枚	
	物 理	49 ～ 58	1 枚	

3. 監督者の指示に従って，選択しない理科科目を含む全解答用紙(13枚)に受験番号と選択科目(理科のみ)を記入せよ.
 ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ.
 ② 理科は選択科目記入欄に選択する1科目を○印で示せ.
 上記①，②の記入がないもの，および理科2科目または理科3科目選択した場合は答案全部を無効とする.
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ.
5. 問題冊子の余白を使って，計算等を行ってもよい.
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ.
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない.
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない. 問題冊子は持ち帰ってよい.

数 学

【1】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

放物線: $y=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ 上に異なる2点A, Bをとり, 点Aの x 座標を a, 点Bの x 座標を b とする. ただし, $b>a$ で $\alpha>0$ とする.

(1) 上記の放物線上の点Cでの接線の傾きが直線ABの傾きと等しいならば, 点Cの x 座標は $\boxed{\text{ア}}$ である.

(2) 三角形ABCの面積は $\boxed{\text{イ}}$ である.

－余白（計算用紙）－

【2】 以下の問いに答えよ. ただし, 答のみ記入すればよい.

関数

$$\log(x^3 + x - 16) - \log(2x - 7)$$

の極値とそのときの x の値を求めよ.

－余白（計算用紙）－

【3】 以下の問いに答えよ．ただし，答のみ記入すればよい．

n は正の整数とする．S_n を有限和

$$S_n = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{6^{2i}+6^i 6^j}\right) = \sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{6^{2i}+6^i 6^j}\right)$$

で定める．このとき，極限値 $\lim_{n\to\infty} S_n$ を求めよ．

－余白（計算用紙）－

【4】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ. ただし, (ア) には適切な数を2個入れよ.

直線 l: $y = x$,

曲線 C: $y = 2\sqrt{x} - x \ (x \geqq 0)$

を考える.

(1) 直線 l と曲線 C は2点で交わり, それら交点の x 座標は $\boxed{\text{ア}}$ である.

(2) 媒介変数 t を用いて直線 l 上の点を (t, t) で表す. このとき, 点 (t, t) を通り直線 l と直交する直線 m は,

直線 m: $y = \boxed{\text{イ}}\,x + \boxed{\text{ウ}}$

と表せ, $x \geqq 0$ のとき直線 m と曲線 C の交点は $(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}})$ である.

(3) 直線 l と曲線 C で囲まれる部分を, 直線 l のまわりに1回転させてできる立体の体積は $\boxed{\text{カ}}$ である.

－余白（計算用紙）－

【5】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

4人のプレイヤーによるトーナメントを行う. プレイヤーA,B,C,Dは自分の名前の書かれた玉をそれぞれa, b, c, d個持っている. ただし, a, b, c, dは正の整数である. トーナメントは次のようにして行う.

トーナメントルール：まず4人を2人ずつの2組に分け, それぞれの組で予選試合を1試合ずつ行う. 予選2試合それぞれの勝者が決勝に進み, 決勝1試合の勝者をトーナメントの優勝者とする.

試合は次のルールに従って行う.

試合ルール：対戦する2人の持つ玉すべてを1つの袋に入れよくかきまぜた後, 袋から玉を1つ取り出す. 取り出した玉に名前が書かれているプレイヤーをその試合の勝者とする. 試合の終了後は, 試合で使った玉を対戦したプレイヤーそれぞれに返却する.

(1) Aが予選でBと対戦する場合, Aがトーナメントで優勝する確率は

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)(a+d)}\left(a+\boxed{\text{ア}}\right)$$

である. 同様に, Aが予選でCと対戦する場合や, Dと対戦する場合にAがトーナメントで優勝する確率も求まる.

(2) 次に, 予選でのAの対戦相手を次のように決めることとする. B, C, Dの持つ玉すべてを1つの袋に入れてよくかきまぜた後, 袋から玉を1つ取り出す. 袋から取り出した玉に名前が書かれたプレイヤーとAが予選で対戦する. なお対戦相手決定後は, 対戦相手決定のために使った玉をB, C, Dそれぞれに返却する. 予選でAがBと対戦する確率は $\boxed{\text{イ}}$ である. 同様に, 予選でAがCと対戦する確率や, Dと対戦する確率も求まる. よって, Aがこのトーナメントで優勝する確率は

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)(a+d)}\left(a+\boxed{\text{ウ}}\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+d}+\frac{1}{d+b}\right)\right)$$

である.

－余白（計算用紙）－

【6】 以下の問いに答えよ．ただし，答だけでなく途中経過も記述せよ．

xy 平面の右半平面 $(x > 0)$ で，自然対数関数 $y = \log x$ のグラフを考える．このグラフ上に相異なる２点 P, Q をとり，それぞれの点を通る法線をひき，その交点を R で表す．点 R は点 P, Q に依存して決まる．以下の問に答えよ．

(1) 最初は点 P を固定したまま，点 Q を点 P に近づける．つまり，点 P, Q を $\mathrm{P}(x_1, \log x_1)$, $\mathrm{Q}(x_2, \log x_2)$ で表したとき，$x_2 \to x_1$ とする．このとき交点 R はある点 S に近づく．点 S の座標を (X, Y) とおくとき，X, Y を x_1 を用いて表示せよ．

(2) (1) で求めた点 S は点 P のみに依存して決まる．次に点 P がグラフ上を動くとき，点 P と点 S との距離が最短となるような点 P に対して点 S の座標を求めよ．

－余白（計算用紙）－