



過去問ライブラリー

Powered by 全国大学入試問題正解

大阪大学

数学

問題

2018年度入試

【学部】 理学部、医学部、歯学部、薬学部、工学部、基礎工学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。」

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

I 次の問い合わせよ。

(1) $x > 0$ の範囲で不等式

$$x - \frac{x^2}{2} < \log(1+x) < \frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

が成り立つことを示せ。

(2) x が $x > 0$ の範囲を動くとき,

$$y = \frac{1}{\log(1+x)} - \frac{1}{x}$$

のとりうる値の範囲を求めよ。

(配点率 20%)

2 a, b を正の実数とし, $f(x) = x^4 - ax^3 + bx^2 - ax + 1$ とする。

(1) c を実数とし, $f(x)$ が $x - c$ で割り切れるとする。このとき, $c > 0$ であり, $f(x)$ は $(x - c)\left(x - \frac{1}{c}\right)$ で割り切れるこことを示せ。

(2) $f(x)$ がある実数 s, t, u, v を用いて

$$f(x) = (x - s)(x - t)(x - u)(x - v)$$

と因数分解できるとき, $a \geq 4$ が成り立つことを示せ。

(3) $a = 5$ とする。 $f(x)$ がある実数 s, t, u, v を用いて

$$f(x) = (x - s)(x - t)(x - u)(x - v)$$

と因数分解できるような自然数 b の値をすべて求めよ。

(配点率 20%)

3 2つの関数

$$f(t) = 2 \sin t + \cos 2t, \quad g(t) = 2 \cos t + \sin 2t$$

を用いて定義される座標平面上の曲線

$$C: x = f(t), \quad y = g(t) \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える。

(1) t が $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, $f(t)$ および $g(t)$ の最大値を求めよ。

(2) t_1, t_2 を $0 \leq t_1 < t_2 \leq \frac{\pi}{2}$ かつ $f(t_1) = f(t_2)$ を満たす実数とする。このとき, $g(t_1)^2 - g(t_2)^2 > 0$ が成り立つことを示せ。

(3) C と直線 $x = 1$ が囲む領域の面積 S を求めよ。

(配点率 20%)

4 座標空間に 6 点

$$A(0, 0, 1), B(1, 0, 0), C(0, 1, 0),$$

$$D(-1, 0, 0), E(0, -1, 0), F(0, 0, -1)$$

を頂点とする正八面体 ABCDEF がある。 s, t を $0 < s < 1, 0 < t < 1$ を満たす実数とする。線分 AB, AC をそれぞれ $1-s:s$ に内分する点を P, Q とし、線分 FD, FE をそれぞれ $1-t:t$ に内分する点を R, S とする。

(1) 4 点 P, Q, R, S が同一平面上にあることを示せ。

(2) 線分 PQ の中点を L とし、線分 RS の中点を M とする。 s, t が $0 < s < 1, 0 < t < 1$ の範囲を動くとき、線分 LM の長さの最小値 m を求めよ。

(3) 正八面体 ABCDEF の 4 点 P, Q, R, S を通る平面による切り口の面積を X とする。線分 LM の長さが (2) の値 m をとるとき、 X を最大とするような s, t の値と、そのときの X の値を求めよ。

(配点率 20%)

5 p, q を $0 < p < 1, 0 < q < 1$ を満たす実数とし、 n を 2 以上の整数とする。2 つのチーム A, B が野球の試合を n 回行う。1 試合目に A が勝つ確率は p であるとする。また、A が勝った試合の次の試合に A が勝つ確率は p であり、B が勝った試合の次の試合に A が勝つ確率は q であるとする。なお、試合結果に引き分けはなく、勝敗が決まるとする。

(1) n 試合目に A が勝つ確率 a_n を求めよ。

(2) $n \geq 3$ とする。B が連勝せずにちょうど 2 試合に勝つ確率 b_n を求めよ。

(配点率 20%)

