



過去問ライブラリー

Powered by 全国大学入試問題正解

大阪大学

数学

問題

2017年度入試

【学部】 理学部、医学部、歯学部、薬学部、工学部、基礎工学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。」

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

1

双曲線 $H: x^2 - y^2 = 1$ 上の 3 点 A(-1, 0), B(1, 0), C(s, t) ($t \neq 0$) を考える.

- (1) 点 A における H の接線と直線 BC の交点を P とするとき, P の座標を s と t を用いてあらわせ.
- (2) 点 C における H の接線と直線 AB の交点を Q とするとき, Q の座標を s と t を用いてあらわせ.
- (3) 点 B における H の接線と直線 AC の交点を R とするとき, 3 点 P, Q, R は一直線上にあることを証明せよ.

(配点率 20%)

2

複素数 z は $z^5 = 1$ を満たし, 実部と虚部がともに正であるものとする. 硬貨を投げて表が出れば 1, 裏が出れば 0 とし, 5 回投げて出た順に a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 とおく. 複素数 w を $w = a_0 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3 + a_4z^4$ と定める.

- (1) 5 回とも表が出たとする. w の値を求めよ.
- (2) $a_0 = a_2 = a_3 = 0, a_1 = a_4 = 1$ のとき, $|w| < 1$ であることを示せ.
- (3) $|w| < 1$ である確率を求めよ.

(配点率 20%)

3

a, b を自然数とし, 不等式

$$\left| \frac{a}{b} - \sqrt{7} \right| < \frac{2}{b^4} \quad \cdots \cdots (\text{A})$$

を考える. 次の問い合わせよ. ただし, $2.645 < \sqrt{7} < 2.646$ であること, $\sqrt{7}$ が無理数であることを用いてよい.

- (1) 不等式 (A) を満たし $b \geq 2$ である自然数 a, b に対して

$$\left| \frac{a}{b} + \sqrt{7} \right| < 6$$

であることを示せ.

- (2) 不等式 (A) を満たす自然数 a, b の組のうち, $b \geq 2$ であるものをすべて求めよ.

(配点率 20%)

4

b, c を実数とする. 2 次関数 $f(x) = -x^2 + bx + c$ が

$$0 \leq f(1) \leq 2, \quad 5 \leq f(3) \leq 6$$

を満たすとする.

- (1) $f(4)$ のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の y 座標 q のとりうる値の範囲を求めよ.
- (3) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の y 座標が 6 のとき, 放物線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ.

(配点率 20%)

5

xy 平面上で放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 2$ で囲まれた図形を, y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体を L とおく. 回転体 L に含まれる点のうち, xy 平面上の直線 $x = 1$ からの距離が 1 以下のもの全体がつくる立体を M とおく.

- (1) t を $0 \leq t \leq 2$ を満たす実数とする. xy 平面上の点 $(0, t)$ を通り, y 軸に直交する平面による M の切り口の面積を $S(t)$ とする. $t = (2 \cos \theta)^2$ ($\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) のとき, $S(t)$ を θ を用いてあらわせ.
- (2) M の体積 V を求めよ.

(配点率 20%)