

大阪大学

数学

問題

2014年度入試

【学部】 理学部、医学部、歯学部、薬学部、工学部、基礎工学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【問題解答前の確認事項】

[注意] 理（挑戦枠）は2月26日実施の試験も解答すること。



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。

本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。

各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。

掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

- 1** 実数 a, b, c, d, e に対して、座標平面上の点 $A(a, b), B(c, d), C(e, 0)$ をとる。ただし点 A と点 B はどちらも原点 $O(0, 0)$ とは異なる点とする。このとき、実数 s, t で

$$s\vec{OA} + t\vec{OB} = \vec{OC}$$

を満たすものが存在するための、 a, b, c, d, e についての必要十分条件を求めよ。 (配点率 20%)

- 2** $t > 0$ において定義された関数 $f(t)$ は次の条件(ア) (イ)を満たす。

(ア) $t > 0$ のとき、すべての実数 x に対して不等式

$$t \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{2} + f(t) \geq 1 + x$$

が成り立つ。

(イ) $t > 0$ に対して、等式

$$t \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{2} + f(t) = 1 + x$$

を満たす実数 x が存在する。

このとき、 $f(t)$ を求めよ。 (配点率 20%)

- 3** $\sum_{n=1}^{40000} \frac{1}{\sqrt{n}}$ の整数部分を求めよ。 (配点率 20%)

- 4** 半径 1 の 2 つの球 S_1 と S_2 が 1 点で接している。互いに重なる部分のない等しい半径を持つ n 個 ($n \geq 3$) の球 T_1, T_2, \dots, T_n があり、次の条件(ア) (イ)を満たす。

(ア) T_i は S_1, S_2 にそれぞれ 1 点で接している ($i = 1, 2, \dots, n$)。

(イ) T_i は T_{i+1} に 1 点で接しており ($i = 1, 2, \dots, n-1$)、そして T_n は T_1 に 1 点で接している。
このとき、以下の問い合わせよ。 (配点率 20%)

(1) T_1, T_2, \dots, T_n の共通の半径 r_n を求めよ。

(2) S_1 と S_2 の中心を結ぶ直線のまわりに T_1 を回転してできる回転体の体積を V_n とし、 T_1, T_2, \dots, T_n の体積の和を W_n とするとき、極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{W_n}{V_n}$$

を求めよ。

- 5** さいころを繰り返し投げ、 n 回目に出た目を X_n とする。 n 回目までに出た目の積 $X_1 X_2 \cdots X_n$ を T_n で表す。 T_n を 5 で割った余りが 1 である確率を p_n とし、余りが 2, 3, 4 のいずれかである確率を q_n とする。 (配点率 20%)

(1) $p_n + q_n$ を求めよ。

(2) p_{n+1} を p_n と n を用いて表せ。

(3) $r_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n p_n$ とおいて r_n を求めることにより、 p_n を n の式で表せ。