H—28　Ⓐ

数　学

（数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B）

9：00～11：00

注　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は

解答用紙番号	
数学0—1	（問[1]用），
数学0—2	（問[2]用），
数学0—3	（問[3]用），
数学0—4	（問[4]用），
数学0—5	（問[5]用）の5枚である。

4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. **受験番号および座席番号（上下2箇所）は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。**
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解答上の注意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

◇M10（030—100）

1 複素数平面上の点 0 を中心とする半径 2 の円 C 上に点 z がある。a を実数の定数とし，

$$w = z^2 - 2az + 1$$

とおく。

(1) $|w|^2$ を z の実部 x と a を用いて表せ。

(2) 点 z が C 上を一周するとき，$|w|$ の最小値を a を用いて表せ。

2 $a > 0$ に対し，関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \int_{-a}^{a} \left\{ \frac{e^{-x}}{2a} + f(t)\sin t \right\} dt$$

をみたすとする。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) $0 < a \leqq 2\pi$ において，

$$g(a) = \int_{-a}^{a} f(t)\sin t\, dt$$

の最小値とそのときの a の値を求めよ。

3 机のひきだしＡに３枚のメダル，ひきだしＢに２枚のメダルが入っている。ひきだしＡの各メダルの色は金，銀，銅のどれかであり，ひきだしＢの各メダルの色は金，銀のどちらかである。

(1) ひきだしＡのメダルの色が２種類である確率を求めよ。

(2) ひきだしＡ，Ｂをあわせたメダルの色が２種類である確率を求めよ。

(3) ひきだしＡ，Ｂをあわせてちょうど３枚の金メダルが入っていることがわかっているとき，ひきだしＡのメダルの色が２種類である確率を求めよ。

4 (1) 次の方程式が異なる３つの０でない実数解をもつことを示せ。

$$x^3+x^2-2x-1=0 \cdots\cdots ①$$

(2) 方程式①の３つの実数解を s, t, u とし，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n=\frac{s^{n-1}}{(s-t)(s-u)}+\frac{t^{n-1}}{(t-u)(t-s)}+\frac{u^{n-1}}{(u-s)(u-t)}$$
$$(n=1,2,3,\cdots)$$

によって定める。このとき，

$$a_{n+3}+a_{n+2}-2a_{n+1}-a_n=0 \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

が成り立つことを示せ。

(3) (2)の a_n がすべて整数であることを示せ。

5 空間の２点 A$(0,0,2)$, B$(0,1,3)$ を通る直線を ℓ とし，２点 C$(1,0,0)$, D$(1,0,1)$ を通る直線を m とする。a を定数として，ℓ 上にも m 上にもない点 P$(s,\ t,\ a)$ を考える。

(1) P から ℓ に下ろした垂線と ℓ の交点を Q とし，P から m に下ろした垂線と m の交点を R とする。Q, R の座標をそれぞれ s, t, a を用いて表せ。

(2) P を中心とし，ℓ と m がともに接するような球面が存在するための条件を s, t, a の関係式で表せ。

(3) s, t と定数 a が(2)の条件をみたすとき，平面上の点 $(s,\ t)$ の軌跡が放物線であることを示し，その焦点と準線を a を用いて表せ。