

# 信州大学

## 平成 31 年度入学試験問題

### 数 学

#### 注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

#### 解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	1, 2, 3, 4 の 4 問
理学部	数学科	2, 3, 4, 5, 6, 7 の 6 問
医学部	医学科	3, 4, 5, 6, 7 の 5 問
	保健学科	1, 2, 3, 4 の 4 問
工学部	全学科	2, 3, 4, 5 の 4 問

3

$n$  を 3 以上の整数とする。1, 2, …,  $n$  の  $n$  個の数から異なる 3 個を選んで、それらを小さい順に  $a, b, c$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $n = 8$  のとき、 $a + b = c$  となる 3 個の数の組  $(a, b, c)$  は何通りあるか。
- (2) 一般の  $n$  について、 $a + b = c$  となる 3 個の数の組  $(a, b, c)$  は何通りあるか。

4

関数  $f(x)$  は、次をみたすとする。

$$f(x) = x^2 - \frac{3x}{5} \int_0^1 f(t) dt + 4$$

曲線  $C: y = f(x)$  と直線  $l: y = mx$  は、 $x$  座標が正の点で接しているとする。

- (1)  $m$  の値と接点の座標を求めよ。
- (2) 直線  $x = 1$ , 直線  $l$ , および曲線  $C$  で囲まれた領域の面積を求めよ。

5

次の問いに答えよ。

- (1)  $a > 1$  とする。不等式  $(1+t)^a \leq K(1+t^a)$  がすべての  $t \geq 0$  に対して成り立つような実数  $K$  の最小値を求めよ。
- (2)  $\int_0^\pi \left(1 + \sqrt[5]{1 + \sin x}\right)^{10} dx < 6080$  を示せ。ただし、 $\pi < 3.15$  であることを用いてよい。

**6** 次の問いに答えよ。

- (1)  $2^n - 1$  が 3 で割り切れるような自然数  $n$  をすべて求めよ。
- (2)  $n^n - 1$  が 3 で割り切れるような自然数  $n$  をすべて求めよ。

7

$n$  を自然数,  $\theta$  を実数とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1)  $\cos(n+2)\theta - 2\cos\theta\cos(n+1)\theta + \cos n\theta = 0$  を示せ。
- (2)  $\cos\theta = x$  とおくとき,  $\cos 5\theta$  を  $x$  の式で表せ。
- (3)  $\cos^2 \frac{\pi}{10}$  の値を求めよ。