

## 平成30年度入学試験問題

# 数 学

### 注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

### 解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	1, 2, 3, 4 の4問
理学部	数学科	2, 3, 4, 5, 6, 7 の6問
医学部	医学科	3, 4, 5, 6, 7 の5問
	保健学科	1, 2, 3, 4 の4問
工学部	全学科	2, 3, 4, 5 の4問

3

$0 < t < 3$  を満たす実数  $t$  に対し、平面上の相異なる 4 点  $O, A, B, C$  を次の条件 (a), (b) を満たすようにとる。

(a)  $\vec{OA}$  と  $\vec{OB}$  のなす角を  $\theta$  とするとき,  $\tan \theta = \frac{1}{t+1}$

(b)  $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = t-3, \vec{OB} \cdot \vec{OC} = 0$

線分  $OA$  を  $t:1$  に内分する点を  $D$  とし,  $\triangle OCD$  の面積を  $S(t)$  とする。  $S(t)$  の最大値を求めよ。

4 数列  $\{a_n\}$  は

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{7a_n - 1}{4a_n + 3} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を満たすとする。

- (1)  $n = 1, 2, \dots$  に対し,  $a_n > \frac{1}{2}$  であることを示せ。
- (2)  $b_n = \frac{2}{2a_n - 1}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) で定まる数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。

5  $a$  を実数とする。座標平面上の曲線  $C: y = e^x(x^2 + 2x)$  と直線  $l: y = a$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $C$  と  $l$  がちょうど 2 点を共有するような  $a$  が満たす条件を求めよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x(x^2 + 2x) = 0$  を用いてよい。
- (2) (1) で求めた条件を満たす  $a$  に対し、 $C$  と  $l$  で囲まれる領域と、不等式  $x \leq 0$  が表す領域との共通部分の面積を  $S(a)$  とおく。 $S(a)$  の最大値と、そのときの  $a$  の値を求めよ。

6  $\theta$ が $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、座標平面上の直線

$$y = (\sin \theta)x + \cos \theta$$

上の点 $(x, y)$ について、不等式

$$-|x| \leq y \leq \sqrt{x^2 + 1}$$

が成り立つことを示せ。

7

$M$  は有限個の複素数からなる集合で、

(a)  $1 \in M, 0 \notin M$

(b)  $z, w \in M$  ならば  $zw \in M$

を満たすとする。 $\alpha \in M$  とするとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\alpha^n = 1$  となる自然数  $n$  が存在することを示せ。

(2)  $m$  を  $\alpha^m = 1$  を満たす自然数のうち最小のものとする。このとき、

$$\cos \frac{2\pi}{m} + i \sin \frac{2\pi}{m} \in M$$

であることを示せ。