

平成 28 年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学 科	解 答 す る 問 題
経法学部	全 学 科	1, 2, 3, 4 の4問
理学部	数 学 科	2, 3, 4, 5, 6, 7 の6問
医学部	医 学 科	4, 5, 6, 7, 8 の5問
	保 健 学 科	1, 2, 3, 4 の4問
工学部	全 学 科	2, 3, 4, 5 の4問

4

n を 2 以上の自然数とする。 n 人でじゃんけんをする。各人はグー、チョキ、パーをそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出すものとする。勝者が 1 人に決まるまでじゃんけんを繰り返す。ただし、負けた人はその後のじゃんけんには参加しない。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 1 回目のじゃんけんで、勝者がただ 1 人に決まる確率を求めよ。
- (2) 1 回目のじゃんけんで、あいこになる確率を求めよ。
- (3) $n = 5$ のとき、ちょうど 2 回のじゃんけんで、勝者がただ 1 人に決まる確率を求めよ。

5

半直線 $l: y = x (x \geq 0)$, 放物線 $C: y = \frac{\sqrt{2}}{4}x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線 C と半直線 l が接する点の座標を求めよ。
- (2) $t \geq 0$ とする。原点からの距離が t である l 上の点を $A(t)$ とするとき, $A(t)$ を通り l に直交する直線と, 放物線 C の共有点の座標を t を用いて表せ。
- (3) 放物線 C と半直線 l および y 軸とで囲まれた図形を, 半直線 l のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

6 n を自然数とする。以下の問いに答えよ。

(1) $\int_0^1 (1-x^2)^n dx = \frac{4^n (n!)^2}{(2n+1)!}$ を示せ。

(2) $\sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} \frac{(-1)^k}{2k+1} = \frac{4^n (n!)^2}{(2n+1)!}$ を示せ。

7

群に分けられた数列

$$1 \mid 2, 4, 2 \mid 3, 6, 9, 6, 3 \mid 4, 8, 12, 16, 12, 8, 4 \mid \cdots$$

を、第 n 群が $(2n - 1)$ 個の項

$$n, 2n, \cdots, (n - 2)n, (n - 1)n, n^2, (n - 1)n, (n - 2)n, \cdots, 2n, n$$

からなるものとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 与えられた数列の初項から第 n 群の末項までの項数を求めよ。
- (2) 第 n 群に含まれる項の総和を求めよ。
- (3) 最初に現れる 2016 は、この数列の第何項か。

8

P_0, Q_0 を複素数平面上の異なる点とする。自然数 k に対して、平面上の点 P_k, Q_k を以下の条件 (i), (ii) を満たすものとして定める。

- (i) 線分 $P_{k-1}Q_{k-1}$ を P_{k-1} を中心として角 θ だけ回転させた線分が $P_{k-1}Q_k$ となる。
- (ii) 線分 $P_{k-1}Q_k$ を Q_k を中心として角 θ' だけ回転させた線分が Q_kP_k となる。

以下の問いに答えよ。

- (1) $Q_{k+2} = Q_k$ となるための、 θ と θ' に関する条件を求めよ。
- (2) $0 \leq \theta < 2\pi$, $\theta = -\theta'$, $|Q_0P_0| = 1$ とする。 Q_0 を中心とし、半径が r の円を C とする。 P_{n-1} は C の内部, Q_n は C の外部にあるという。このとき、 r^2 が取り得る値の範囲を n と θ を用いて表せ。