

平成 30 年度医学科入学試験問題

物 理

〔注意事項〕

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。
- 3 この問題冊子の本文は、11 ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
- 4 この問題冊子の白紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 特に指示がなければ、解答欄に解答の導出過程も簡潔に記すこと。
- 7 この問題冊子は持ち帰ること。

問題訂正・補足説明

試験科目 物理

10 ページ 上 から 1 行目

(誤)

それぞれ

(正)

それぞれ

- 1 図1-1のように、質量 m の小球1と小球2が、ばね定数 k 、自然長 l の質量の無視できるばねでつながれており、摩擦のない水平な床の上で一直線上を運動する場合を考える。小球1, 2をつなぐばねを x_0 だけ伸ばして、小球1, 2をそれぞれ初速度 v_1 , v_2 で放す。ただし、小球の運動における空気の抵抗は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

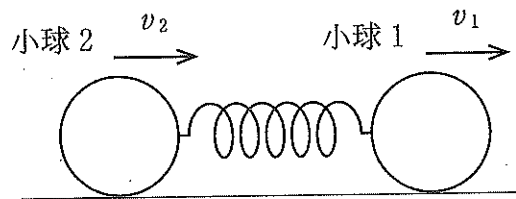


図1-1

- 問1 最初にばねが最も縮んだときの小球1, 2それぞれの速度を, m , l , k , x_0 , v_1 , v_2 の中から必要なものを用いて表せ。
- 問2 2回目にばねが最も縮んだときのばねの長さを, m , l , k , x_0 , v_1 , v_2 の中から必要なものを用いて表せ。
- 問3 最初にばねが最も縮んでから2回目にばねが最も縮むまでの時間を, m , l , k , x_0 , v_1 , v_2 の中から必要なものを用いて表せ。

次に、図1-2のように、摩擦のない水平な床の上で、前問のばねでつながれた小球1, 2が同じ速さ V でばねの中心を中心にして等速円運動している場合を考える。

問 4 このときのばねの長さ L を m, l, k, V の中から必要なものを用いて表せ。

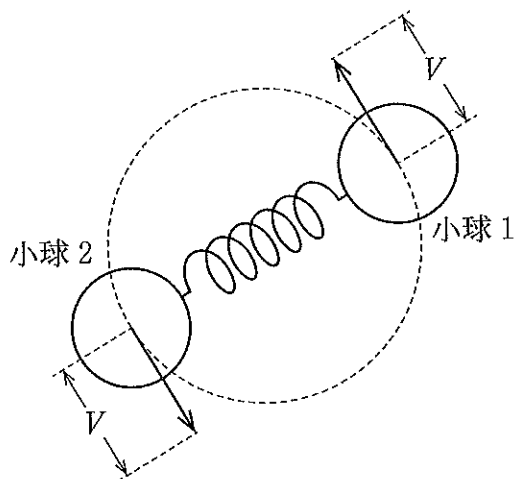


図 1-2

さらに、ばねの midpoint を動かさないようにして、小球 1, 2 の力学的エネルギーを同じだけ少し増やした。その後の小球 1, 2 の運動では、図 1-3 のように、小球 1, 2 の速度のばねに垂直な方向の成分の大きさが $V + v$ であるとき、ばねの長さを $L + x$ とすると、それらの積の値は一定であり、

$$(V + v)(L + x) = VL$$

が成り立つものとする。

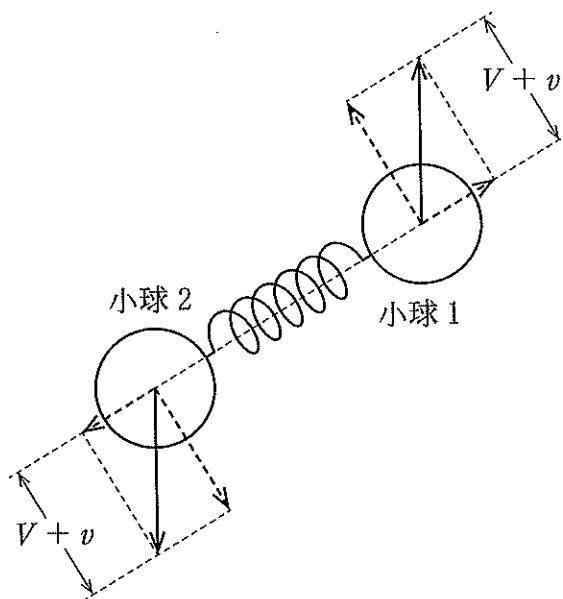


図 1-3

このとき、ばねの中心で常に小球1の方向を向いて回転している観測者Aから見ると、小球1, 2は、ばねの復元力に加え、ばねの中心からそれぞれ小球1, 2の向きに大きさ $2m \frac{(V+v)^2}{L+x}$ の慣性力を受けている。

ここでは、 $\left|\frac{x}{L}\right|$ や $\left|\frac{v}{V}\right|$ が1に比べて十分小さい場合を考え、任意の実数 α に対して、

$$\left(1 \pm \frac{x}{L}\right)^\alpha \doteq 1 \pm \alpha \frac{x}{L}, \quad \left(1 + \frac{v}{V}\right)\left(1 + \frac{x}{L}\right) \doteq 1 + \frac{v}{V} + \frac{x}{L}$$

と近似すると、観測者Aから見て小球1, 2は単振動しているものと考えられる。

問5 観測者Aから見た小球1の単振動の周期を、 m, k, L, l の中から必要なものを用いて表せ。

問6 床に静止している観測者Bから見た小球1, 2のばねの中心のまわりの回転運動を速さ V の等速円運動と近似する。観測者Bから見て小球1がばねの中心のまわりを q 周まわる間に、観測者Aは単振動している小球1が p 回振動するのを見た。このとき、 p, q は正の整数として、その比 $\frac{p}{q}$ は必ず2より大きくなることを示せ。

2

図 2-1(a) のように、それぞれの誘電率が $\epsilon_1, \epsilon_2 (\epsilon_1 > \epsilon_2)$ 、密度が ρ_1, ρ_2 の液状の誘電体 A1, A2 が入った容器がある。誘電体 A1 と A2 の間には水平を保ってなめらかに動く質量の無視できる仕切り板があり、右側の仕切り板にはその高さを自由に調整できるように質量の無視できる棒が取り付けられている。仕切り板と容器の内壁のすきまを通して誘電体 A1 と A2 が混ざることなく、誘電体 A2 の液面は常に大気に触れているものとする。また、左右の誘電体 A2 の深さをともに D とし、容器から誘電体がこぼれ出すことはないものとする。さらに、容器下部の小さい排出口は閉じられているものとする。容器の左右にある直方体状の管の大きさを、幅 d 、奥行き ℓ とし、右側の管の両側には一辺の長さ $\ell (\ell < D)$ の正方形の導体板を取り付け、間隔 d の平行板コンデンサーをつくる。ここで、2 枚の極板の底辺はともに水平であり、極板の中心が誘電体の仕切り板の高さと一致するように取り付けられている。図 2-1(b) は容器を正面から見た図で、 z 軸を鉛直上向きを正方向に原点が極板の中心と一致するようにとる。また、以下では右側の仕切り板の z 座標を z_d を用いて表すものとする。

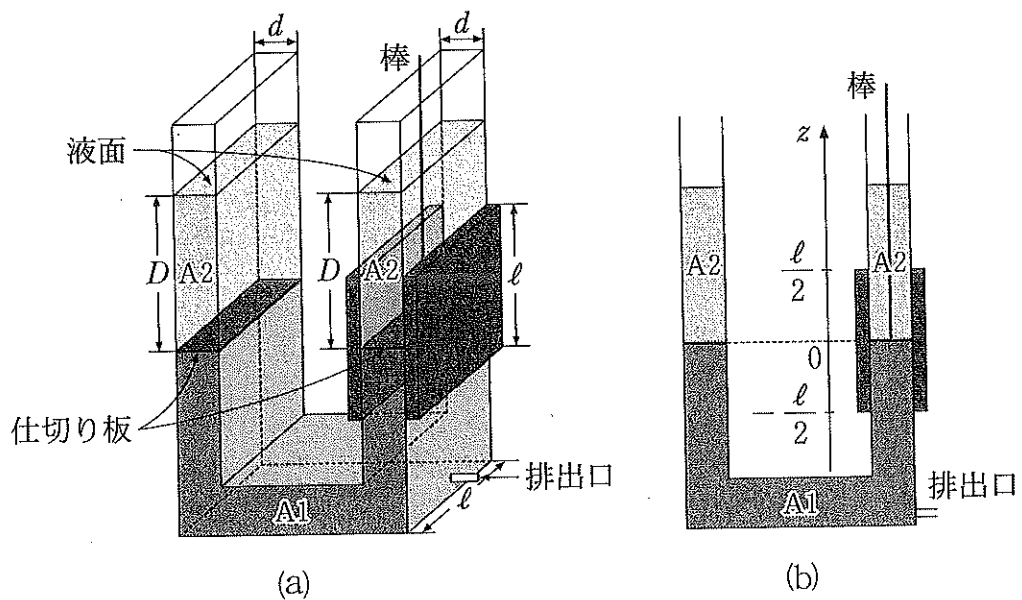


図 2-1

図2-2のように、内部抵抗の無視できる直流電源装置、インダクタンス L のコイルおよびスイッチ $S1$ 、 $S2$ からなる回路を、スイッチ $S1$ 、 $S2$ が開いた状態で平行板コンデンサーに接続した。重力加速度の大きさを g とし、容器の厚み、誘電体の表面張力および体積変化、仕切り板および棒の平行板コンデンサーの静電容量への影響は無視できるものとして以下の問いに答えよ。

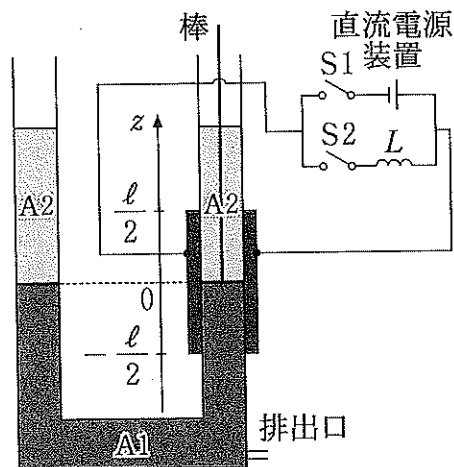


図2-2

問 1 スイッチ S1 を閉じ、直流電源装置の起電力を 0 から $V_0 (V_0 > 0)$ までゆっくりと増加させたところ、右側の仕切り板はゆっくりと上昇し、 $z_d = z_0 (0 < z_0 < \frac{\ell}{2})$ の位置で静止した。このとき、 V_0 と z_0 の関係を求めるために以下の考察を行う。空欄 (1) ~ (5) に入る適切な数式を下の A 群の中から、空欄 (6) に入る適切な数式を B 群の中から必要なものを用いて答えよ。なお、解答欄には解答のみを記せ。

まず、直流電源装置の起電力を V_0 から変えないまま、右側の仕切り板を $z_d = z_1 (-\frac{\ell}{2} < z_1 < z_0)$ までゆっくりと押し下げた。このとき、平行板コンデンサーに蓄えられるエネルギーの変化量は (1) , 誘電体全体がもつ重力による位置エネルギーの変化量は (2) となる。さらに、この間に直流電源装置は (3) だけ仕事をしていることを用いると、仕切り板を押し下げる力がした仕事は (4) と求まる。さて、仕切り板が受ける力は、誘電体を引き上げようとする力 \vec{F}_1 と誘電体全体の重力による位置エネルギーを減らす向きにはたらく力 \vec{F}_2 の和で表される。このうち力 \vec{F}_2 がした仕事は (2) に等しいため、力 \vec{F}_1 がした仕事は (5) $\times (z_0 - z_1)$ となる。これより、誘電体を引き上げようとする力 \vec{F}_1 の大きさは (5) と求まる。初めの $z_d = z_0$ の状態では 2 つの力 \vec{F}_1 と \vec{F}_2 がつりあっていたことから、 z_0 は (6) と表せる。

A 群 : $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \rho_1, \rho_2, D, d, \ell, g, V_0, z_0, z_1\}$

B 群 : $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \rho_1, \rho_2, D, d, \ell, g, V_0, z_1\}$

問 2 図 2-2 において、スイッチ S1 を閉じ、直流電源装置の起電力を 0 からゆっくりと増加させて初めて $z_d = \frac{\ell}{2}$ となったときの起電力を V_c とする。起電力が $V (-2V_c \leq V \leq 2V_c)$ のとき、平行板コンデンサーの静電容量 C を $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \rho_1, \rho_2, D, d, \ell, g, V$ の中から必要なものを用いて表せ。また、横軸を V 、縦軸を C として、静電容量 C と起電力 V の関係を $-2V_c \leq V \leq 2V_c$ の範囲で図示せよ。

問 3 前問において、直流電源装置の起電力を 0 から $V(-2V_c \leq V \leq 2V_c)$ ま
でゆつくりと変化させた間に直流電源装置がした仕事を、 $\epsilon_1, \epsilon_2, \rho_1, \rho_2,$
 D, d, l, g, V の中から必要なものを用いて表せ。

問 4 問 1 において、容器の排出口を開き、 $z_d = z_0$ の状態より直流電源装置の
起電力 V_0 は変えず、ゆつくりと単位時間あたり体積 v の誘電体 A 1 を排出
した。排出を始めてから時間 t たったときの z_d の値 z_t を、 $\epsilon_1, \epsilon_2, \rho_1, \rho_2,$
 D, d, l, g, t, v, z_0 の中から必要なものを用いて表せ。ただし、
 $z_t > -\frac{l}{2}$ とする。

問 5 前問において、誘電体を排出し始めてから時間 t の間に直流電源装置がし
た仕事を、 $\epsilon_1, \epsilon_2, \rho_1, \rho_2, D, d, l, g, t, v, V_0$ の中から必要なものを
用いて表せ。

問 6 問 1 において、 $z_d = z_0$ の状態よりスイッチ S1 を開きスイッチ S2 を閉
じた。このとき、スイッチ S2 を閉じてから時間 t たったときの平行板コン
デンサーの電位差 V_c を考える。誘電率 ϵ_1 と ϵ_2 は十分に近い値であり、平
行板コンデンサーの静電容量は常に $z_d = 0$ のときの値で近似できるものと
すると、 V_c はある角振動数 ω を用いて $V_c = V_0 \cos \omega t$ と表せる。また、右
側の仕切り板の高さは常に力のつりあいを保ったままゆつくりと変化し、あ
る周期 T で上昇と下降をくり返した。この周期 T を $\epsilon_1, \epsilon_2, \rho_1, \rho_2, D,$
 d, l, g, L の中から必要なものを用いて表せ。

3 以下の[1]～[5]の文中にある空欄 (1) ～ (20) に入る適切な数式または語句を答えよ。なお、解答欄には解答のみを記せ。

[1] 焦点距離 f の凹レンズから距離 a にある物体の像(虚像)が、レンズから距離 b の位置にできるものとする。このとき a, b, f には関係(レンズの式) (1) が成り立つ。凸レンズに対しても物体の実像, 虚像それぞれに応じて同様の関係が成り立つ。これら3つの関係式は, a は常に正であるが, b と f には符号をもたせてそれらの正負を以下のように定めると, (2) のように1つにまとめられる。

- ・ b は, 像がレンズの後方であれば (3), 前方であれば (4) とする。
- ・ f は, 凸レンズのとき (5), 凹レンズのとき (6) とする。

[2] 図3-1のように, 物体 AA' を凸レンズを通して見る場合と, 距離 D 離して直接見る場合との大きさの比を考える。焦点距離 f の凸レンズ L により点 C から距離 D の位置にできる虚像 BB' は, 物体 AA' に対して m 倍の大きさとする。点 C から凸レンズ L までの距離 d ($0 < d < D$), および凸レンズ L から物体 AA' までの距離 a ($0 < a < f$) は変えられるものとする。このとき, m は常に (7) より小さいことがわかる。

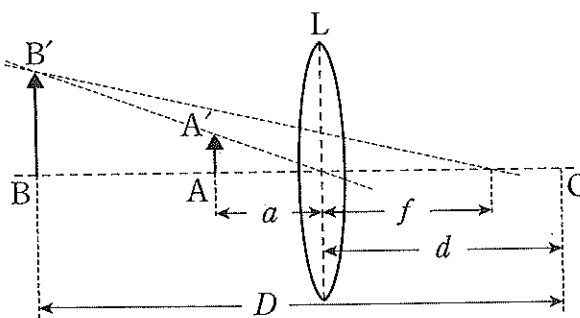


図3-1

[3] 図3-2には点Pにある焦点距離 f_1 の凸レンズ L_1 とそれを通る光線の1つが実線(折れ線)で描かれている。レンズ L_1 および光軸と光線との交点をそれぞれQ, Aとする。また、レンズ L_1 より左側の光線を延長した直線と光軸との交点をBとする。レンズ L_1 から点Aまでの距離を $a_1 (< f_1)$ 、点Bまでの距離を b_1 とする。

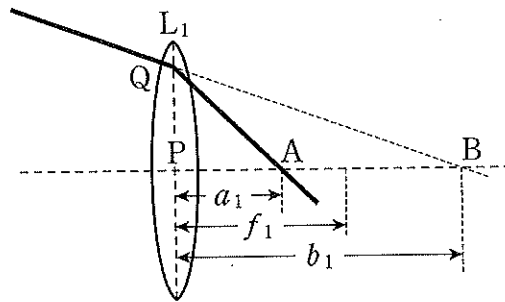


図3-2

このとき、図3-3のように、仮想的に点Bの位置に高さPQに等しい像 BB' があると考える。光軸に垂直な点Aを通る直線と直線 $B'P$ との交点を A' とする。さらに、レンズ L_1 上に点 P' を $PP' = AA'$ となるようにとり、直線 $B'P'$ と光軸との交点をC、点Cとレンズ L_1 の距離を x とする。このとき、三角形の相似より、 x は a_1, b_1 を用いて $x = \boxed{(8)}$ と表せる。また、この作図より点Cはレンズ L_1 の $\boxed{(9)}$ である。

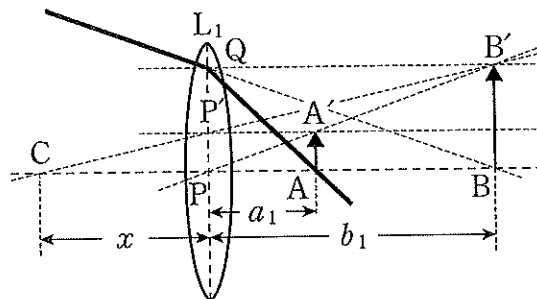


図3-3

[4] 次に、図3-4のように、それぞれの焦点距離が f_1 , f_2 の2枚の凸レンズ L_1 , L_2 を光軸を共通にして間隔 d ($< f_1 + f_2$)に配置した場合を考える。図3-4の2本の実線(折れ線)は2枚のレンズを通る光線であり、光線1はレンズ L_2 の右側、光線2はレンズ L_1 の左側で光軸に平行である。点 P_1 は、2枚のレンズの外側にある光線1のそれぞれの部分を延長した直線の交点から光軸に下ろした垂線と光軸との交点である。また、点 P_2 は同様にして光線2から求まる点である。

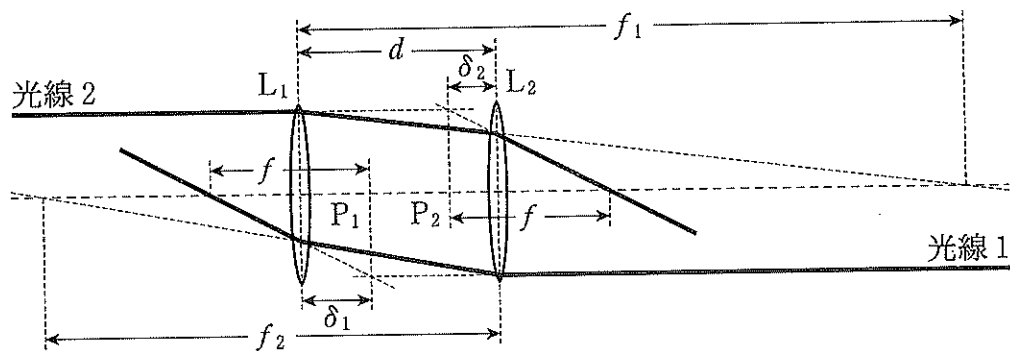


図3-4

さて、ここで2枚のレンズ L_1 , L_2 を仮想的に1枚のレンズと考え、それを組み合わせレンズと呼ぶ。組み合わせレンズの焦点距離を f とすると、組み合わせレンズの両側の焦点はそれぞれ点 P_1 , P_2 から距離 f の点となる。

図3-4のレンズ L_1 と点 P_1 との距離 δ_1 は、2種類の三角形の相似より、 d , f , f_2 を用いて $\delta_1 =$ (10) となる。同様に、レンズ L_2 と点 P_2 との距離 δ_2 は d , f , f_1 を用いて $\delta_2 =$ (11) となる。さらに、レンズ L_1 に対するレンズの式より、 d , f , f_2 , δ_1 を用いて $\frac{1}{f_1} =$ (12) となる。これらより、 f , δ_1 , δ_2 は d , f_1 , f_2 を用いて、 $\frac{1}{f} =$ (13), $\delta_1 =$ (14), $\delta_2 =$ (15) と表せる。

[5] 最後に、組み合わせレンズの像について考える。[4]と同じ2枚のレンズ L_1 , L_2 の配置に対して、図3-5のように、レンズ L_1 から距離 a にある物体 A_1B_1 の像 A_2B_2 がレンズ L_2 の後方の距離 b の位置にできる場合を考える。

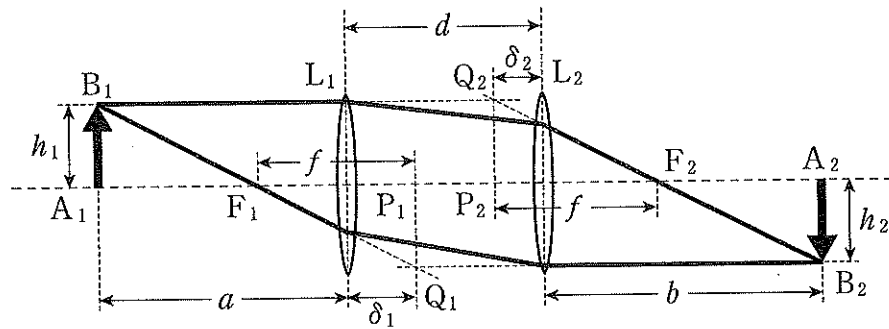


図 3-5

倍率 $m = \frac{h_2}{h_1}$ は、 $\triangle A_1F_1B_1$ と $\triangle P_1F_1Q_1$ の関係から、 a , f , δ_1 を用いて $m =$ と表せる。同様に $\triangle B_2A_2F_2$ に着目することから、 b , f , δ_2 を用いて $m =$ も成り立つ。両式より倍率 m は a , b , δ_1 , δ_2 を用いて $m =$ と表せる。これらより、直線 B_1P_1 と B_2P_2 は であることがわかる。以上により、 a , b , d , f , δ_1 , δ_2 から必要なものを用いると、組み合わせレンズのレンズの式に対応する関係 が成り立つことがわかる。