# 京都府立医科大学

前期日程試験

平成28年度医学科入学試験問題

# 物　　理

〔注意事項〕

1　監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけない。

2　**解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。**

3　この問題冊子の本文は，10ページからなっている。落丁，乱丁及び印刷不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。

4　この問題冊子の白紙と余白は，適宜下書きに使用してもよい。

5　解答は，すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。

6　特に指示がなければ，解答欄に解答の導出過程も簡潔に記すこと。

7　この問題冊子は持ち帰ること。

**1** なめらかな水平面上に直交する2つの座標軸($x$ 軸, $y$ 軸)をとり，その水平面($xy$ 平面)上での質量 $m$ の小球Pと質量 $M(> m)$ の物体Qとの運動を考える。図1－1のように，物体Qは，大きさの無視できる支柱Sと，支柱Sを中心として取付けられた厚さの無視できる半径 $R$ の半円形の壁(以下では半円壁という)からなる。物体Qの半円壁はなめらかで，取付具を含め半円壁の質量は無視でき，物体Qの質量 $M$ は支柱Sのみが有するものとする。物体Qの支柱Sおよび半円壁の取付具は小球Pの運動にとって障害にならず，また，物体Qは，小球Pと半円壁の接触においても，取付具や支柱を含め変形しないものとする。

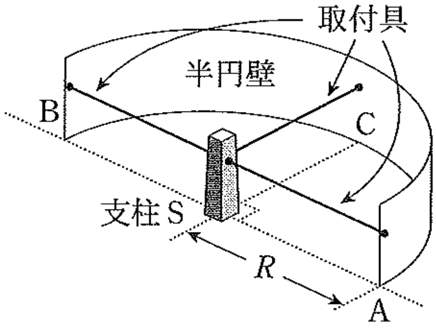


図1－1

以下の[1]～[4]の文中にある空欄 $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(13)}$ に入る適切な数式を答えよ。また，空欄 $\boxed{(a)}$ ～ $\boxed{(c)}$ については，この問題の最後にある選択肢よりそれぞれ一つずつ選び，記号で答えよ。なお，解答欄には解答のみを記せ。

［1］　図1－2のように，物体Qは，半円壁の両端の点A，Bをともに$x$軸上，中央の点Cを$y$軸上，支柱Sを原点Oにあるようにして水平面上に固定されているとする。

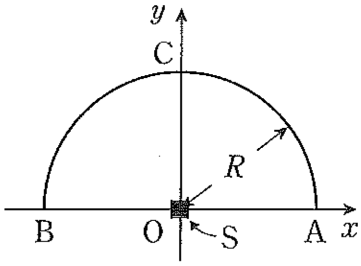


図1－2

小球Pは，$y$座標が負の領域から，$y$軸の正方向に一定の速度$\vec{v}_0$で物体Qに近づく。速度$\vec{v}_0$の成分表示は，$\vec{v}_0 = (0,\ v_0)$である。

まず，図1－3(a)のように，小球Pが物体Qの半円壁の点Aに達し，半円壁に沿ってなめらかに進行方向を変えながら進み，点Cを通過して点Bで物体Qから離れていく場合を考える。このとき，小球Pの点Aでの運動量$\vec{p}_A$と点Bでの運動量$\vec{p}_B$の差は，$\vec{p}_B - \vec{p}_A =$ $\boxed{\quad(1)\quad}$ である。次に，図1－3(b)のように，小球Pが物体Qの半円壁の弧AC間にある点Dではね返ったのち，ちょうど点Bへ達する場合を考える。小球Pと半円壁の反発係数(はね返り係数)$e$は$e = 1$とする。支柱Sは原点Oにあるので，このときの点Dの座標は( $\boxed{\quad(2)\quad}$ ， $\boxed{\quad(3)\quad}$ )である。

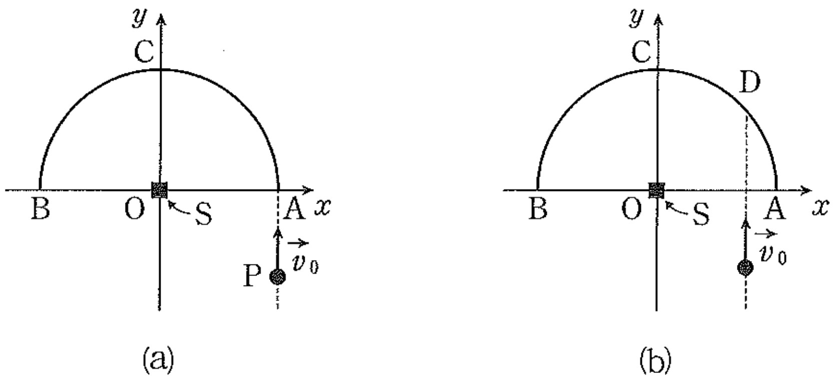


図1－3

以下の空欄 $\boxed{(4)}$ ～ $\boxed{(13)}$ に入る数式では，図 1－4 のような速度 $\vec{v}_0$ の方向と半円壁の半径 SD がなす角度 $\theta_0$ も用いてよい。ここで，点 D は[1]で求めた半円壁の弧 AC 間の点である。さらに，以下の[2]～[4]での点 D も[1]で求めた半円壁の同じ点である。

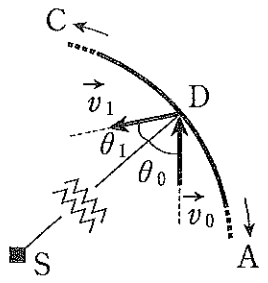


図 1－4

一方，図 1－4 において，$\vec{v}_1$ は点 D での衝突後の小球 P の速度，$\theta_1$ は速度 $\vec{v}_1$ の方向と半円壁の半径 SD のなす角度であるが，それらは以下の[2]～[4]それぞれにおいて必ずしも同じ値とは限らない。

[2]　物体 Q は一定の速度 $\vec{V}_0 = (0, -V_0)$ で $y$ 軸の負方向へ移動しているとする。ただし，常に半円壁の直径 AB が $x$ 軸に平行となるような移動とする。[1]と同様に速度 $\vec{v}_0$ の小球 P が物体 Q の半円壁の点 A に達して半円壁に沿ってなめらかに進む場合を考えると，点 B で物体 Q から離れる瞬間の小球 P の速度は $\boxed{(4)}$ である。次に，[1]と同様に，速度 $\vec{v}_0$ の小球 P が半円壁の点 D で衝突する場合を考える。衝突後の小球 P の速度を $\vec{v}_1$ とすると，このときの $\vec{v}_1$ の成分表示は，$\vec{v}_1 = (\boxed{(5)}, \boxed{(6)})$ である。また，衝突後，小球 P は $\boxed{(a)}$ 。なお，この問題のように水平面上に静止している観測者から見た運動を考える場合においても，状況に応じて動いている観測者の視点にたつと運動の様子がわかりやすくなることもある。

［3］ 図1－5のように，物体Qは$xy$平面の$y$軸方向のみをなめらかに移動できるものとする。ただし，常に半円壁の直径ABは$x$軸と平行とする。

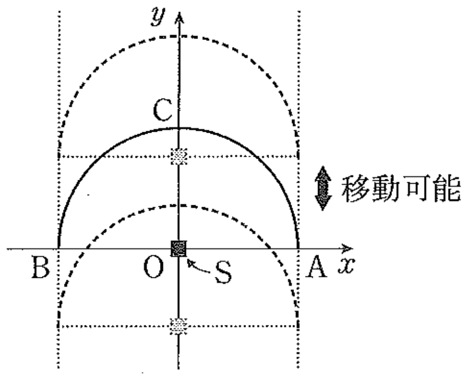


図1－5

物体Qは，図1－2のように支柱Sが原点O，直径ABが$x$軸上，点Cが$y$軸上にあるようにして静止している。これまでと同様に，速度$\vec{v}_0$の小球Pが半円壁の点Aに達して半円壁に沿ってなめらかに進み，点Bから物体Qを離れていく場合を考える。このとき，物体Qから離れる瞬間の点Bでの小球Pの速度は $\boxed{\quad(7)\quad}$ である。次に，図1－2のように静止している物体Qに，これまでと同様に速度$\vec{v}_0$の小球Pが半円壁の点Dで衝突する場合を考える。このとき，図1－4のように衝突後の小球Pの速度の方向と半円壁の半径SDがなす角度を$\theta_1$とすると，$\tan\theta_1 =$ $\boxed{\quad(8)\quad}$ となる。また，衝突後，小球Pは $\boxed{\quad(b)\quad}$ 。

［4］ 図1－6のように，物体Qは$xy$平面上を，［3］でのように$y$軸方向に限ることなく，自由かつなめらかに移動できるものとする。ただし，常に半円壁の直径ABは$x$軸と平行とする。

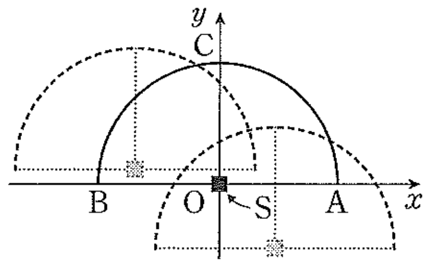


図1－6

物体Qは，図1－2のように支柱Sが原点O，直径ABが$x$軸上，点Cが$y$軸上にあるようにして静止している。これまでと同様に，速度$\vec{v}_0$の小球Pが半円壁の点Aに達して半円壁に沿ってなめらかに進む場合を考える。このとき，小球Pが点Bに達して物体Qから離れていく瞬間の速度は $\boxed{(9)}$ であり，その時の点Bの座標は( $\boxed{(10)}$ , $\boxed{(11)}$ )である。次に，図1－2のように静止している物体Qに，これまでと同様に速度$\vec{v}_0$の小球Pが半円壁の点Dで衝突する場合を考える。このとき，衝突後の物体Qの速度$\vec{V}$は，$\vec{V}$＝( $\boxed{(12)}$ , $\boxed{(13)}$ )である。また，衝突後，小球Pは $\boxed{(c)}$ 。

空欄 $\boxed{(a)}$ ～ $\boxed{(c)}$ の選択肢：

ア．半円壁の点Bに達する

イ．半円壁の弧CBのある点でふたたび壁に衝突する

ウ．半円壁にふたたび達することなく物体Qから遠ざかる

**2** 図2－1のように，内部抵抗の無視できる起電力 $V_0$ の電池，2つの平行板コンデンサー $C_1$，$C_2$，およびスイッチ $S_1$，$S_2$ からなる回路がある。コンデンサー $C_1$，$C_2$ は，ともに極板間が真空で，極板の面積が $S$，極板の間隔が $d$ である。さらに，コンデンサー $C_2$ の極板間には，極板と同じ面積 $S$ で厚さは $a$ の金属板Pが，極板と平行に入れてある。金属板Pと極板Bの間隔は $b$ である。初めスイッチ $S_1$，$S_2$ は開いていて，コンデンサー $C_1$，$C_2$ は帯電していない。真空の誘電率を $\varepsilon_0$ として以下の問いに答えよ。

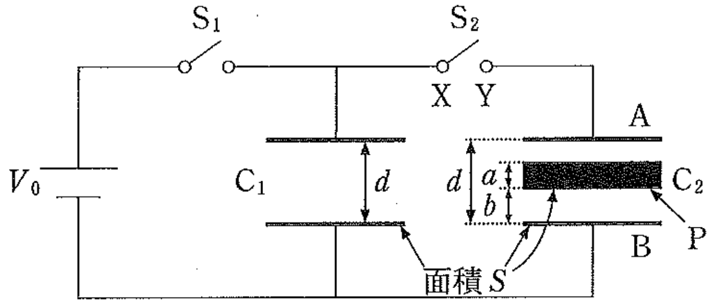


図2－1

問 1　まずスイッチ $S_1$ を閉じ，次にスイッチ $S_2$ を閉じた。コンデンサー $C_2$ に蓄えられる電気量を求めよ。また，それはコンデンサー $C_1$ に蓄えられる電気量の何倍かを求めよ。

問 2　前問のコンデンサー $C_2$ において，極板Aと金属板Pの間の電位差と電場の強さを求めよ。また，金属板Pと極板Bの間の電位差と電場の強さを求めよ。

問 3　さらに，前問のコンデンサー $C_2$ に蓄えられる静電エネルギーを求めよ。

問 4　図 2-1 に示す回路において，コンデンサー $C_2$ から金属板 P を取り出した。次に，スイッチ $S_1$，$S_2$ を閉じると，コンデンサー $C_1$，$C_2$ のどちらにも同じ電気量 $Q_0$ が蓄えられた。さらに，スイッチ $S_2$ は閉じたままにしてスイッチ $S_1$ を開いた。このとき，コンデンサー $C_2$ の極板間の電位差はいくらか。ここでふたたび金属板 P をコンデンサー $C_2$ の元の位置へ戻した。コンデンサー $C_1$，$C_2$ に蓄えられるそれぞれの電気量 $Q_1$，$Q_2$ を求めよ。また，電気量 $Q_1$，$Q_2$ は $Q_0$ と比べて大きいか小さいかを示せ。

問 5　図 2-1 に示す回路において，各コンデンサーの極板の間隔を変えることができ，コンデンサー $C_2$ の金属板 P は，極板と平行に，極板から任意の距離の位置に置けるとする。コンデンサー $C_1$ の極板の間隔を $d_1$，コンデンサー $C_2$ の極板の間隔を $d_2(>a)$ とする。スイッチ $S_1$，$S_2$ を閉じた。極板の間隔 $d_1$，$d_2$ の和は一定値 $D(>a)$ を保つようにして $d_1$，$d_2$ を変えた場合，$d_1$ がある値のとき，コンデンサー $C_1$，$C_2$ に蓄えられる静電エネルギーの和が最小値をとった。最小値とそのときの $d_1$ の値を求めよ。

問 6　図 2-1 に示す回路において，コンデンサー $C_2$ から金属板 P を取り出してから，スイッチ $S_2$ の代わりに内部抵抗の無視できる起電力 $V_1(>V_0)$ の電池を接続した。ただし，電池の正極を端子 X，負極を端子 Y につないだ。次に，スイッチ $S_1$ を閉じて，しばらくしてから起電力 $V_0$ の電池を取りはずした。コンデンサー $C_2$ に蓄えられる電気量 $Q$ を求めよ。さらに，コンデンサー $C_2$ の極板間の金属板 P があった位置に，誘電率が $\varepsilon$ で金属板 P と同じ形状(面積 $S$，厚さ $a$)の誘電体を入れた。コンデンサー $C_2$ に蓄えられる電気量 $Q'$ を求めよ。また，電気量 $Q'$ は $Q$ と比べて大きいか小さいかを示せ。

**3** 大気(気体)を単一の分子からなる理想気体とみなし，温度は高さによらず $T = 300\,\mathrm{K}$ で一定とする。一様な重力のもとでは，気体の密度は地面からの高さに依存する。図 3－1 のように，気体中に底面積 $S\,[\mathrm{m^2}]$，十分な高さ $h\,[\mathrm{m}]$ の円筒領域を考える。ただし，円筒領域の上面Aと底面B(地面)は水平である。気体分子1個の質量 $m = 5.0 \times 10^{-26}\,\mathrm{kg}$，気体定数 $R = 8.3\,\mathrm{J/(mol\cdot K)}$，アボガドロ定数 $N_{\mathrm{A}} = 6.0 \times 10^{23}\,/\mathrm{mol}$，重力加速度の大きさ $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ とする。気体 $1\,\mathrm{m^3}$ に含まれる気体分子のモル数をモル密度 $\rho\,[\mathrm{mol/m^3}]$ と呼ぶ。以下の問いに答えよ。

問 1　底面B付近では気圧 $P = 1.0 \times 10^5\,\mathrm{N/m^2}$ であった。底面B付近には $1\,\mathrm{m^3}$ あたり気体分子は何個存在するか。

問 2　図 3－2 のような風船部と風船部内部の気体を温めるヒーターで構成される熱気球を，底面Bに置いた。風船部の下端で内部と外部が通じており，風船部内部と外部の気体の圧力は常に等しいとする。熱気球の容積は $5.0 \times 10^3\,\mathrm{m^3}$ で変化しないものとする。風船部内部の気体を除いた熱気球の質量は $5.0 \times 10^2\,\mathrm{kg}$ とする。熱気球のヒーターを用いて風船部内部の気体を温め，そのモル密度を $\rho_\alpha\,[\mathrm{mol/m^3}]$ まで減少させると，熱気球が底面Bから上昇しはじめた。このときのモル密度 $\rho_\alpha$ を求めよ。また，このときの熱気球の風船部内部の気体の温度 $T_\alpha\,[\mathrm{K}]$ を求めよ。

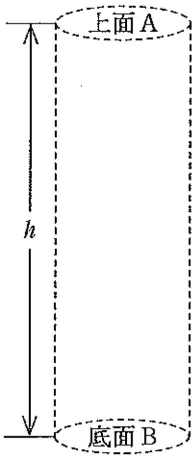

図 3－1

図 3－2

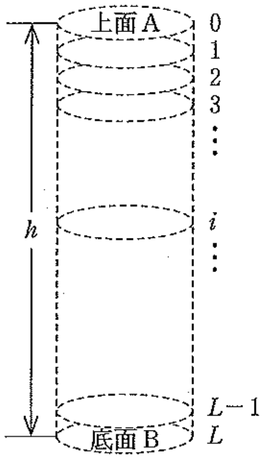

図 3－3

問 3　問 2 において，風船部内部の気体の温度を $T_\alpha$ に保ったまま気体部分を除いた熱気球の質量を 50 kg 軽くすると，熱気球は上昇してある高さで静止した。熱気球が静止した高さでの熱気球外部の気体のモル密度 $\rho_\beta$〔mol/m$^3$〕を求めよ。

問 4　円筒領域の上面 A 付近での気体のモル密度を $\rho_A$〔mol/m$^3$〕，底面 B 付近での気体のモル密度を $\rho_B$〔mol/m$^3$〕とする。$\rho_A$ と $\rho_B$ の関係を以下のように求めよ。

(a)　次の文中の空欄 $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(4)}$ に入る適切な数式を答えよ。ただし，空欄 $\boxed{(3)}$ ，$\boxed{(4)}$ については，各空欄に指定された物理量の中から必要なものを用いて答えよ。なお，解答欄には解答のみを記せ。

気体の密度の高さの依存性は，圧力の高さの依存性とも関係している。円筒領域の上面 A での圧力 $P_A$〔N/m$^2$〕，底面 B での圧力 $P_B$〔N/m$^2$〕，および円筒領域中の気体の全質量 $M$〔kg〕との間には，$Mg = \boxed{(1)}$ が成り立つ。図 3－3 のように，円筒領域を高さ方向に $L$ 等分し，面 0（上面 A），面 1，面 2，…，面 $L$（底面 B）のように上面から順に番号付けする。各 $i$ 番目の面付近（$i = 0, 1, 2, \cdots, L$）での気体の密度を $\rho_i$〔mol/m$^3$〕，圧力を $P_i$〔N/m$^2$〕とする。$P_i$ と $\rho_i$ の間には，$P_i = \boxed{(2)}$ が成り立つ。ただし，$\rho_0 = \rho_A$，$\rho_L = \rho_B$，$P_0 = P_A$，$P_L = P_B$ とする。

分割数 $L$ を大きくすると，$(j-1)$ 番目と $j$ 番目の面（$1 \leqq j \leqq L$）の間の領域での気体の密度変化が小さくなり，この部分を一様な気体として扱うことができる。その密度を，領域の上面付近での値 $\rho_{j-1}$ と下面付近での値 $\rho_j$ の平均に等しいと考えて，$\bar{\rho}_j = \dfrac{\rho_{j-1} + \rho_j}{2}$ とおく。このとき，$P_j - P_{j-1} = \boxed{(3)\ R,\ N_A,\ m,\ g,\ h,\ L,\ \bar{\rho}_j}$ が成り立つ。これらの関係から比 $\dfrac{\rho_j}{\rho_{j-1}}$ を求めると，$\dfrac{\rho_j}{\rho_{j-1}} = \boxed{(4)\ R,\ N_A,\ T,\ m,\ g,\ h,\ L}$ となり，$j$ の値によらないことがわかる。

(b)　空欄 $\boxed{\quad (4) \quad}$ の数式を用いて比 $\dfrac{\rho_A}{\rho_B}$ を求め，分割数 $L$ を大きくすると，この比 $\dfrac{\rho_A}{\rho_B}$ は一定の値に近づく。その一定の値を，$R$，$T$，$N_A$，$m$，$g$，$h$，$L$ の中から必要なものを用いて表せ。ここで，任意の実数 $a$ について成り立つ式 $\lim_{L \to \infty}\left(1 + \dfrac{a}{L}\right)^L = e^a$ を用いてよい。ただし，$e$ は自然対数の底とする。

問 5　問 4 より，気体の密度が底面 B 付近の半分になる高さ $h_\gamma$〔m〕を求めよ。ただし，$\log_e 2 = 0.69$ とする。