京都府立医科大学

前期日程試験

平成25年度医学科入学試験問題

物　　理

〔注意事項〕

1　監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけない。

2　**解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。**

3　この問題冊子の本文は，9ページからなっている。落丁，乱丁及び印刷不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。

4　この問題冊子の白紙と余白は，適宜下書きに使用してもよい。

5　解答は，すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。

6　特に指示がなければ，解答欄に解答の導出過程も簡潔に記すこと。

7　この問題冊子は持ち帰ること。

1 次のような巻取器を考える。巻取器のロックを解除し糸を引き出すと,糸を巻取る力がはたらき,その大きさは，引き出した糸の長さ $s(s \geqq 0)$ の関数 $F(s)$ で与えられる。糸それ自体は伸縮せず，たるむことなく引き出されたり巻取られたりする。さらに，糸はすべて巻取られるとロックされ，ロックを解除するまで再び引き出せない。巻取器の大きさおよび糸の質量は無視できるとし，$F(s)$ は糸を引き出す方向によらない。$F(s)$ の関数形が異なる 2 種類の巻取器 A，B を考える。

巻取器 A : $F(s) = F_0$ （F_0 は正の定数） [s によらず一定]

巻取器 B : $F(s) = ks$ （k は正の比例定数） [s に比例]

重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗は無視できるとする。以下の問いに答えよ。

問 1 次の文中の空欄 (1)~(3) に入る適切な数式を答えよ。なお，解答欄には解答のみ記せ。

図 1 のように，なめらかな水平面上に巻取器 A を固定し，糸に大きさの無視できる質量 m の小球 P をつける。ロックを解除して，糸を引き出していない状態 ($s = 0$) から，小球 P を速さ v_0 で水平面上に打ち出す。打ち出す時刻を $t = 0$ とすると，時刻 $t =$ [(1)] のとき，糸の長さは最大 $s =$ [(2)] になる。次に，図 2 のように，巻取器 A から距離 $2L$ の点に巻取器 B を固定する。両方の巻取器のロックを解除し，両方の糸を引き出して小球 P につけ，巻取器 A と B の中点に置き，静かに離す。このとき，F_0，k，L のあいだに条件 [(3)] が成り立てば，小球 P は巻取器 A の方へ動き出し，巻取器 A の糸がすべて巻取られてロックされる。

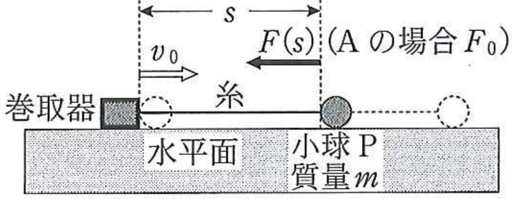

図 1

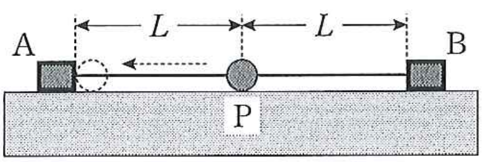

図 2

問 2　図 3 のように，なめらかな水平面(xy 平面)に，原点 O から距離 L の x 軸上の 2 点および y 軸上の 2 点に，それぞれ巻取器 B と A を固定する。4 つの巻取器から糸を引き出して，小球 P につける。小球 P を，原点 O から x 軸方向へ，L に比べて十分小さい量だけずらして静かに離すと，小球 P は原点 O を中心に単振動する。その角振動数 ω_x を求めよ。同様に，小球 P を原点 O から y 軸方向へわずかにずらして静かに離すと，角振動数 ω_y で単振動する。ω_y を求めよ。なお，a を任意の実数，ε を絶対値が 1 に比べて十分小さい実数とすると，$(1+\varepsilon)^a \fallingdotseq 1 + a\varepsilon$，$\sin\varepsilon \fallingdotseq \varepsilon$，$\cos\varepsilon \fallingdotseq 1$ と近似できる。

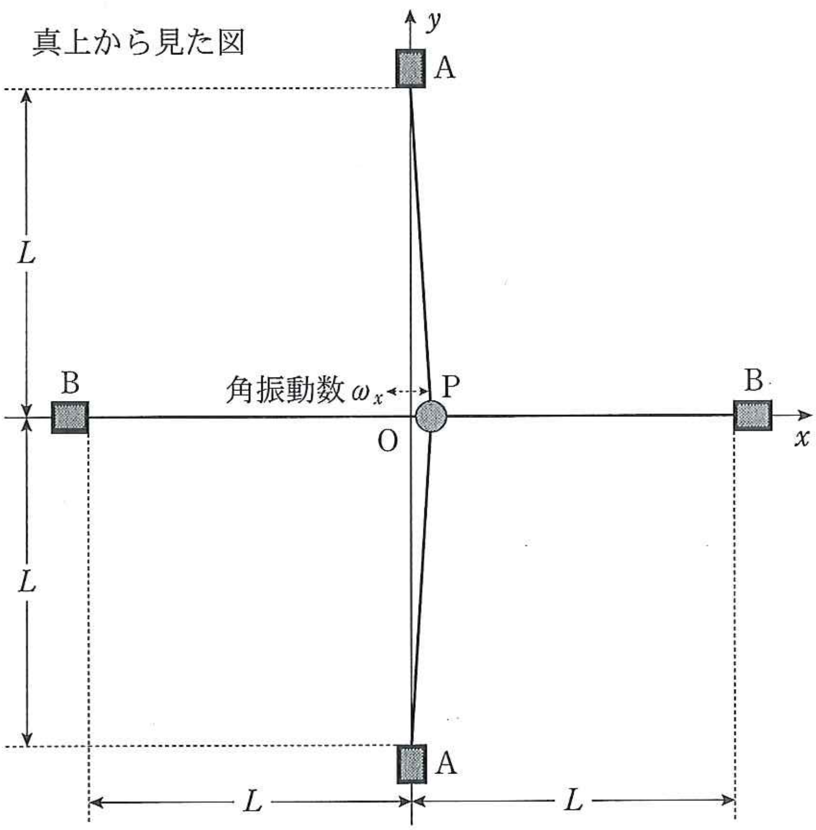

図 3

次に，図4のように，巻取器Bを水平面に固定し，糸に小球Pをつける。ただし，水平面は，巻取器Bから距離d_1とd_2($0 < d_1 < d_2$)の間は静止摩擦係数μ，動摩擦係数μ'($0 < \mu' < \mu$)のあらい面で，それ以外はなめらかな面とする。ロックを解除し，糸が引き出されていない状態から小球Pを水平面上に打ち出す。

問 3　次の文中の空欄 (1)〜(7) に入る適切な数式を答えよ。また，空欄 (a), (b) は{ }内の選択肢より選び答えよ。なお，解答欄には解答のみ記せ。

小球Pをある速さで打ち出したところ，巻取器Bから距離d_0のあらい面上(境界を含む)の点まで到達し，そのまま静止した。このとき，d_0は

条件1：　$d_1 \leqq d_0 \leqq d_2$,　　条件2：　$kd_0 \leqq \boxed{\ (1)\ }$

を同時にみたす。打ち出す速さをv_1とすると，d_0は$d_0 = \boxed{\ (2)\ }$と求まる。したがって，条件1より

条件3：　$\boxed{\ (3)\ } \leqq {v_1}^2 \leqq \boxed{\ (4)\ }$

条件2より

条件4：　${v_1}^2 \leqq \boxed{\ (5)\ }$

が求まる。条件3と条件4を同時にみたすv_1が存在するには，$\boxed{\ (3)\ } \leqq \boxed{\ (4)\ }$ かつ $\boxed{\ (3)\ } \leqq \boxed{\ (5)\ }$ でなければならない。前者は成り立つが，後者より$\boxed{\ (6)\ } \leqq \mu$が求まる。さらに，$v_1$の条件は，$\boxed{\ (4)\ }$と$\boxed{\ (5)\ }$の大小関係から，次のように$\mu$の大きさで場合分けされる。

$\boxed{\ (6)\ } \leqq \mu < \boxed{\ (7)\ }$ の場合：$\boxed{\ (3)\ } \leqq {v_1}^2 \leqq \boxed{(a)\{\ (4),\ (5)\ \}}$

$\boxed{\ (7)\ } \leqq \mu$ の場合：$\boxed{\ (3)\ } \leqq {v_1}^2 \leqq \boxed{(b)\{\ (4),\ (5)\ \}}$

問 4　小球Pを速さ v_2 で打ち出したところ，小球Pはあらい面を通過してなめらかな面上の点まで到達し，戻って来るときに，あらい面上のある点で静止した。このとき，μ' および v_2 の大きさにはそれぞれ条件がつく。それらの条件を求めよ。ただし，v_2 の条件は $X < {v_2}^2 \leqq Y$ の形で表し，X，Y および μ' の条件には v_2 を含まないこと。

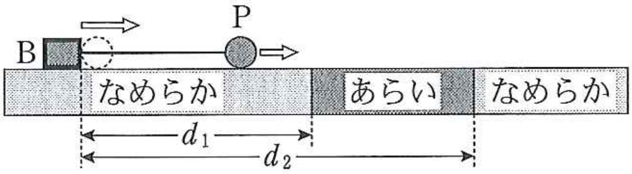

図4

2 図1のように，水平面に，互いに平行で間隔ℓの2つの金属のレールLL'とMM'があり，その上に金属棒PQがレールに直交して置かれている。LとMの間に抵抗値Rの抵抗が接続されている。水平面内にある2つの辺の長さがℓとdの長方形の領域XYZWには，鉛直上向きに一様な磁束密度Bの磁場がある。ただし，磁場は領域外に影響を与えないとする。$d > \ell$であり，YZはMM'に平行で$\dfrac{\ell}{2}$だけ離れている。金属棒を，右向きに一定の速さvで，レール上をレールに直交したまま磁場の中を通過させる。金属棒とレールの間の摩擦およびレールと金属棒の抵抗をそれぞれ無視し，電流のつくる磁束密度はBに比べて十分小さいとして，以下の問いに答えよ。

問 1　金属棒が磁場を横切っているとき，金属棒に生じる起電力の大きさを求めよ。

問 2　金属棒が磁場を横切っているとき，LとMをつなぐ抵抗に流れる電流の大きさはいくらか。また，その向きはLからMあるいはMからLかを答えよ。

問 3　金属棒が磁場の領域を通過する間に，抵抗に生じるジュール熱を求めよ。

問 4　金属棒が磁場を横切っているとき，一定の速さvを保つために，金属棒に右向きに加える外力の大きさを求めよ。

問 5　金属棒が磁場の領域を通過する間に，前問で求めた外力がする仕事はいくらか。

問 6　LMの抵抗に加えて，L'とM'の間にも抵抗値Rの抵抗を接続する。同じように，金属棒が，右向きに一定の速さvで，磁場の中を横切っているとき，金属棒に流れる電流の大きさはいくらか。

次に，L'M' の抵抗をはずし，金属棒のかわりに，図 2 のように，一辺の長さ ℓ の正方形の金属製のわく組み PQRS をレールにのせる。ただし，辺 PS はレール LL' 上にあり，辺 QR はレール MM' 上にある。PQ 間の抵抗値は R_1，SR 間の抵抗値は R_2，PS と QR の部分の抵抗は無視できるとする。わく組みを，右向きにレール上を一定の速さ v で，磁場の中を通過させる。

問 7　辺 PS が磁場の領域の中にあるとき，LM の抵抗，レール，わく組みからなる回路に生じる単位時間あたりのジュール熱を求めよ。

問 8　辺 PS が磁場の領域の中にあるとき，一定の速さ v を保つために，わく組みに右向きに加える外力の仕事率を求めよ。

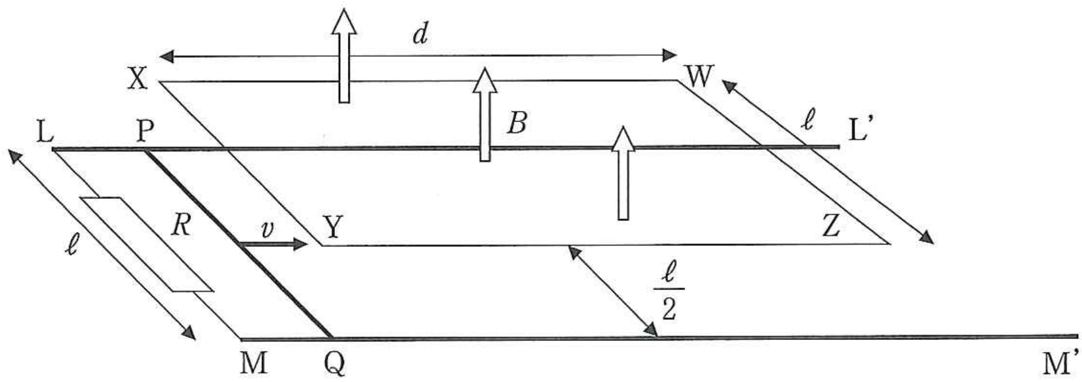

図 1

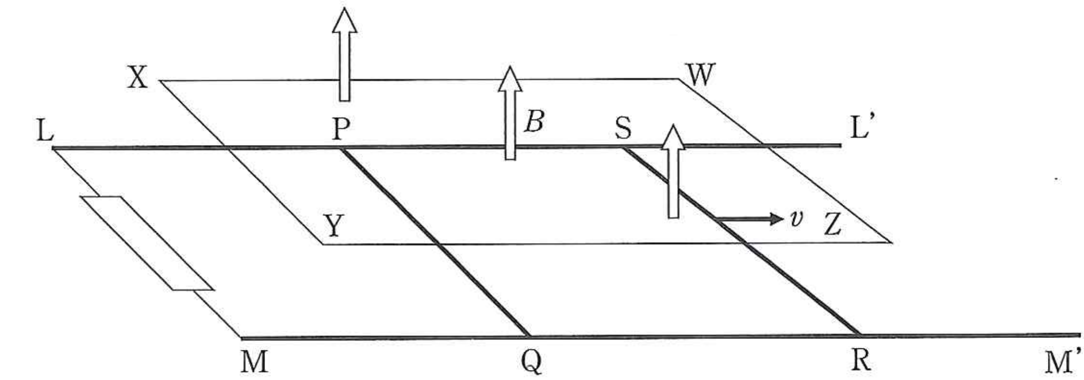

図 2

3 図1のように，大気中に断面積S〔m^2〕，全長L〔m〕のシリンダーが水平に置かれている。このシリンダーの内側には，厚さを無視できる質量M〔kg〕のピストンがとりつけられていて，ピストンの左側には1 molの単原子分子からなる理想気体が閉じ込められている。ただし，このピストンは水平面に垂直を保ちながらなめらかに動くことができる。シリンダーとピストンは断熱材で覆われていて，この断熱材はとりはずしできるものとする。シリンダーの左壁面には，熱容量および体積の無視できる温度制御装置がとりつけられていて，封入気体を一様に温めたり，冷やしたりできる。また，シリンダーの右壁面とピストンの間には，質量を無視できる自然長$\frac{L}{2}$〔m〕，ばね定数k〔N/m〕のばねがとりつけてある。図1のとき，シリンダー内部の封入気体の温度は大気温と同じT_0〔K〕，圧力は大気圧と同じp_0〔Pa〕であった。このときの封入気体の状態を状態0とする。以下の問いに答えよ。なお，単原子分子理想気体の断熱変化では，圧力pと体積Vには$pV^{\frac{5}{3}}=$一定 の関係が成り立つ。

問1 温度制御装置のスイッチを入れ，状態0の封入気体を温める。ピストンが右へ$\frac{L}{4}$〔m〕動いたとき，スイッチを切った。このときの封入気体の状態を状態1とする。

(1) 封入気体の状態0から状態1への変化について，状態1を表す点を明記した上で，圧力pと体積Vの関係を表すグラフの概形を描け。また，この過程で封入気体がした仕事を，k，L，p_0，Sを用いて表せ。

(2) 封入気体の内部エネルギーの増加量を，k，L，p_0，Sを用いて表せ。

(3) 封入気体に与えられた熱量を，k，L，p_0，Sを用いて表せ。

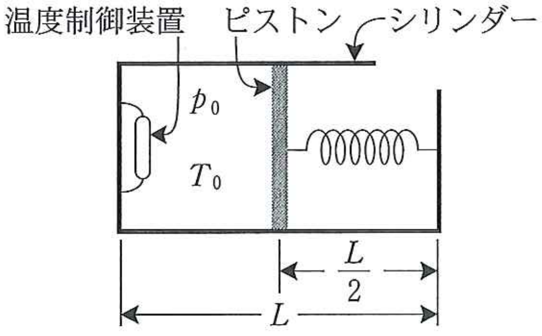

図1

次に，シリンダーとピストンの断熱材をとりはずす。封入気体が状態 0 のシリンダーの右端を鉛直方向の回転軸にとりつけ，封入気体の温度は T_0〔K〕のまま，シリンダーを水平面内で回転させる。図 2 のように，シリンダーの角速度が ω_2〔rad/s〕のとき，ピストンと回転軸の距離が $\frac{3}{4}L$〔m〕，封入気体は圧力 p_2〔Pa〕であった。このときの封入気体の状態を状態 2 とする。ただし，気体にかかる遠心力は無視できるものとする。

問 2　封入気体が状態 2 のシリンダーが回転しているとき，ピストンにはたらく力のつりあいの式を，k，L，M，p_2，S，ω_2 の中から必要なものを用いて表せ。

続いて，断熱材でシリンダーとピストンを再び覆い，封入気体が状態 0 のシリンダーを回転軸にとりつけ，回転させる。図 3 のように，シリンダーの角速度が ω_3〔rad/s〕のとき，ピストンと回転軸の距離は $\frac{3}{4}L$〔m〕，封入気体は圧力 p_3〔Pa〕，温度 T_3〔K〕であった。このときの封入気体の状態を状態 3 とする。なお，ここでも気体にかかる遠心力は無視する。

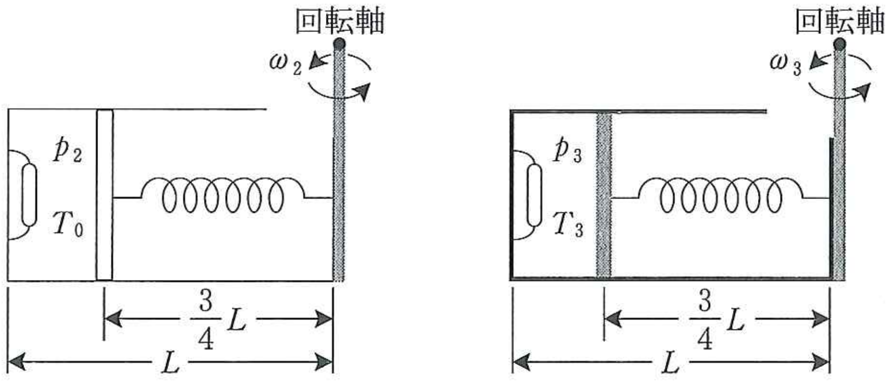

図 2　　図 3

問 3　状態 0 から状態 2，および状態 0 から状態 3 への変化の間に封入気体にされた仕事を，それぞれ W_2，W_3〔J〕とする。このとき，(1) p_2 と p_3，(2) ω_2 と ω_3，および (3) W_2 と W_3 それぞれの大小関係を，理由をつけて答えよ。なお，グラフを用いて説明してもよい。

問 4　封入気体が状態 1 のシリンダーを回転させると，回転軸からピストンの距離が $\frac{L}{2}$〔m〕になった。このとき，封入気体にされた仕事 W_4 を，k，L，M，p_0，S の中から必要なものを用いて表せ。