

前期日程試験

京都府立医科大学
平成 23 年度医学科入学試験問題

数 学

〔注意事項〕

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。
- 3 この問題冊子の本文は、4 ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所等があれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
- 4 この問題冊子の計算用紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 この問題冊子は持ち帰ること。

1 O を原点とする座標平面において、2次正方行列 A の表す1次変換を f とする。点 $(1, 0)$ を P とし、 $Q = f(P)$ 、 $R = f(Q)$ とおくと

$$\vec{OP} + \vec{OQ} + \vec{OR} = \vec{0}$$

であるとする。

- (1) $f(R) = P$ であることを証明せよ。
- (2) $A^2 + A + E = O$ であることを証明せよ。ここで E は単位行列、 O は零行列である。
- (3) PQ の長さが $\sqrt{5}$ であり $\triangle PQR$ の面積が $\frac{3}{2}$ であるとき、行列 A をすべて求めよ。

2

1 辺の長さが 1 の立方体について、以下の問いに答えよ。

- (1) 立方体を 1 枚の平面で切断したときの切り口が三角形であるとき、その三角形は鋭角三角形であることを証明せよ。
- (2) どのような鋭角三角形 T に対しても、立方体を 1 枚の平面で切断したときの切り口が T と相似になるような切り方が存在することを証明せよ。
- (3) 立方体を 3 枚の平面で切断し、いくつかの立体に切り分けることを考える。このような切り方の中で、正五角形の面をもつ立体を作る方法を説明せよ。

3 a を正の実数とする。座標平面において、曲線 $C_1: y = \sqrt{a(x+2)} (x \geq -2)$ と曲線 $C_2: y = \sqrt{x^2 + 2x} (x \geq 0)$ を考える。曲線 C_1 と曲線 C_2 および x 軸で囲まれた部分の面積を $S_1(a)$ とし、曲線 C_1 と曲線 C_2 および直線 $x = 2a$ で囲まれた部分の面積を $S_2(a)$ とする。

(1) $\int_{-2}^{2a} \sqrt{a(x+2)} dx$ を求めよ。

(2) $f(a) = S_1(a) - S_2(a)$ とおく。関数 $f(a)$ が極値をとるような a の値を求めよ。

(3) $\int_0^{2a} \sqrt{x^2 + 2x} dx > 2a^2$ であることを証明せよ。

(4) $S_1(a) = S_2(a)$ となるような a が存在することを証明せよ。

4 n を 5 以上の整数とする。平面上に点 O をとる。 O を通る直線上に $OA_0 = 1$ となる点 A_0 を一つとる。点 O を中心として直線 OA_0 を正の向きに角 $\frac{2\pi}{n}$ だけ回転した直線上に $OA_1 \perp A_0A_1$ となる点 A_1 をとる。次に、点 O を中心として直線 OA_1 を正の向きに角 $\frac{2\pi}{n}$ だけ回転した直線上に $OA_2 \perp A_1A_2$ となる点 A_2 をとる。以下同様にして $k = 3, 4, \dots, n$ について、点 O を中心として直線 OA_{k-1} を正の向きに角 $\frac{2\pi}{n}$ だけ回転した直線上に $OA_k \perp A_{k-1}A_k$ となる点 A_k をとる。特に、点 A_n は線分 OA_0 上の点となる。

- (1) 不等式 $1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x$ を証明せよ。
- (2) 線分 OA_n の長さを r_n とする。極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n$ を求めよ。
- (3) 線分 $A_0A_1, A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n$ の長さの和を L_n とする。極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$ を求めよ。

(計 算 用 紙)

受験番号	※	氏名	※
------	---	----	---

○ ○ ○ ○

数 学 (解答用紙)

- 1 解答を書き始める前に、必ず受験番号及び氏名を2枚の解答用紙の所定の箇所(※)に記入すること。
- 2 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。
- 3 解答欄に解答以外のことを書いた答案は無効とすることがある。

1

数 学 (解答用紙)

1 (つづき)

数 学 (解答用紙)

2

(この欄はとじしろのため、解答を書いてはいけません。)

数 学 (解答用紙)

2 (つづき)

受験 番号	※	氏名	※
----------	---	----	---

○ ○ ○ ○

数 学 (解答用紙)

3

数 学 (解答用紙)

3 (つづき)

4

(この欄はとじしろのため、解答を書いてはいけない。)

数 学 (解答用紙)

4 (つづき)