



過去問ライブラリー

Powered by 全国大学入試問題正解

京都大学

物理

問題

2019年度入試

【学部】 総合人間学部、教育学部、理学部、医学部、薬学部、工学部、農学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月26日

【試験時間】 教育は90分、他は2科目で180分



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

- 1 次の文章を読んで、□に適した式または数値を、それぞれ記せ。なお、□はすでに□で与えられたものと同じものを表す。また、問1では、指示にしたがって、解答を記せ。ただし、円周率を π とする。

図1のように、点Oを中心とする質量 M の地球のまわりを、質量 m_Z の人工衛星Zが半径 R の円軌道を角速度 ω でまわっている。この人工衛星の運動について、以下の(1), (2)に答えよ。

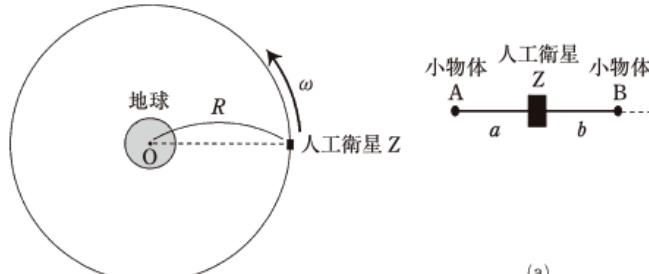


図1

(a)

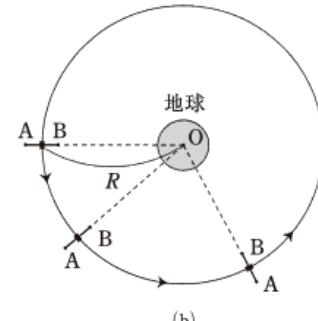


図2

(b)

- (1) 図2(a)のように、この人工衛星Zに、質量 m_A の小物体Aと質量 m_B の小物体Bを、2本の長さがそれぞれ a と b のひもで取り付ける。これらひもの質量は m_Z , m_A , m_B とくらべて無視できる。また、 m_Z , m_A および m_B は M とくらべて十分小さく、人工衛星Z, 小物体Aと小物体Bの間の万有引力は無視できるものとする。

これらの物体は、図2(b)のように、常に、小物体Aが人工衛星Zと地球の中心Oを結ぶ線上の地球と反対側、小物体Bが人工衛星Zと地球の中心Oを結ぶ線上の地球側にあるという配置を保つつつ、人工衛星Zは小物体AとBを取り付ける前と同じ円軌道上を角速度 ω で運動した。

小物体Aに働く万有引力の大きさは、 M , m_A , R , a , および万有引力定数 G を用いて□アと表される。また、小物体Aが人工衛星Zと同じ角速度 ω で運動することから、小物体Aにはたらく遠心力は、 m_A , R , a , ω を用いて表すと□イとなる。このことから、小物体Aにはたらく力のつりあいの式は、小物体Aと人工衛星Zの間のひもの張力を N_A として、

$$\boxed{\text{ア}} + N_A = \boxed{\text{イ}} \quad (\text{i})$$

となる。同様にして、小物体Bにはたらく万有引力の大きさは、 M , m_B , R , b , G を用いて□ウと表され、遠心力は m_B , R , b , ω を用いて表すと□エとなる。このことから、小物体Bにはたらく力のつりあいの式は、小物体Bと人工衛星Zの間のひもの張力を N_B として、

$$\boxed{\text{ウ}} = N_B + \boxed{\text{エ}} \quad (\text{ii})$$

となる。

人工衛星Zが小物体AとBを取り付ける前と同じ円軌道を角速度 ω で動き続けたことから、張力 N_A と N_B の間には、 c をある数値として、 $N_A = cN_B$ という関係が成立していたことがわかる。この c の値は□オである。

ここで、ひもの長さ a , b が円軌道の半径 R とくらべて十分小さいとする。このとき、 $\varepsilon (>0)$ が R とくらべて十分小さいときに成り立つ近似式 $\frac{1}{(R \pm \varepsilon)^n} \approx \frac{1}{R^n} \left(1 \mp n \frac{\varepsilon}{R}\right)$ (複号同順) ($n=1, 2, \dots$) を用いると、 m_A , m_B , a , b の間に、 k をある数値として、 $\frac{m_A}{m_B} = \left(\frac{a}{b}\right)^k$ という関係が成立していることがわかる。この k の値は□カである。また、張力 N_A は a に比例しており、その比例係数を m_A と ω を用いて表すと、 $\frac{N_A}{a} = \boxed{\text{キ}}$ となる。

- (2) 図3のように、人工衛星Zから角度 θ [rad] 遅れて、質量 m_U の宇宙船Uが同じ円軌道上を同じ速さで運動している。人工衛星Zと宇宙船Uとの間の万有引力は無視できるとする。人工衛星Zと宇宙船Uの速さ V_0 を M , R , および万有引力定数 G を用いて表すと、 $V_0 = \boxed{\text{ク}}$ である。

この宇宙船Uが人工衛星Zに追いつくことを考えよう。宇宙船Uは、点Cにおいて進む方向は変えずに十分短い時間で減速すると、その後、図4の実線で表された橢円軌道をまわる。宇宙船Uが橢円軌道を一周して点Cに戻ってくると同時に、人工衛星Zが点線で表されたように円軌道を一周より少し短い距離をまわって点Cに着くようにしたい。そのために必要な橢円軌道の周期 T_1 と円軌道の周期 T_0 の間に成り立つ関係を、 θ を用いて表すと、 $\frac{T_1}{T_0} = \boxed{\text{ケ}}$ となる。

上で述べたような方法で宇宙船Uが人工衛星Zに追いつくために必要な点Cでの宇宙船Uの減速後の速さ $V_1 (< V_0)$ を求めよう。

図4のように、橢円軌道上において宇宙船Uがもっとも地球の中心Oに近い位置が点Dであり、この点DとOとの距離を d とする。距離 d の R に対する比は、ケプラーの第3法則を用いると、橢円軌道の周期 T_1 と円軌道の周期 T_0 の関数として、 $\frac{d}{R} = \boxed{\text{コ}}$ と表される。ケプラーの第2法則（面積速度一定の法則）および力学的エネルギー保存の法則を点Dでの宇宙船Uの速さ V_D を用いて記述し、さらに、 $V_0 = \boxed{\text{ク}}$ の関係を用いると、 V_1 の V_0 に対する比は d と R を用いて $\frac{V_1}{V_0} = \boxed{\text{サ}}$ と表すことができる。

問1 遅れの角度 θ が π と比べて十分小さいとき、宇宙船Uが上に述べたように人工衛星Zに追いつくために必要な速さの変化量 $\Delta V = V_1 - V_0$ を考える。 δ の絶対値が1にくらべて十分小さいときに成り立つ近似式 $(1+\delta)^x \approx 1+x\delta$ (x は実数) を用いて、 ΔV が θ と V_0 に比例することを示し、その比例係数 $\frac{\Delta V}{\theta V_0}$ の値を求めよ。

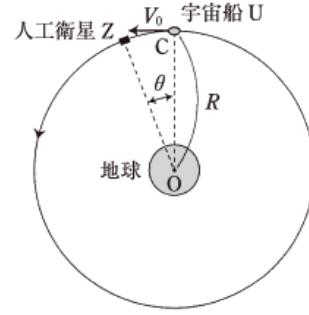


図3

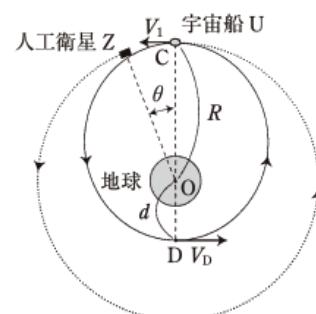


図4

- 2 次の文章を読んで、□に適した式を、それぞれ記せ。なお、□はすでに□で与えられたものと同じものを表す。また、問1、問2では、指示にしたがって、解答をそれぞれ記せ。

図1～図3に示すように、 z 軸の正方向を向き、 z 軸に関して軸対称な磁場（磁束密度が同一円周上では一定の磁場）がある。図中の z 軸方向の太線矢印は、 $z=0$ の面内の点での磁束密度 B を表している。この面内で、磁束密度の大きさ B は、 z 軸上で最大値 B_0 をとり、 z 軸からの距離が大きくなるとともに距離の1次関数として減少し、距離 R において $B=0$ となり、距離が R を超えると $B=0$ である。この磁場中で質量 m 、電荷 $-e$ ($e > 0$) の電子の運動を考える。電子の運動により発生する磁場は無視してよい。ただし、円周率を π とする。

- (1) まず磁場は時間変化しないとする。このとき、
 $z=0$ の面内で、 z 軸から距離 r ($\leq R$) における磁束密度の大きさ $B(r)$ は、 B_0 , R , r を用いて表すと□となる。

図1のように、長さ R のまっすぐで太さを無視できる孤立した導体棒OAが、 $z=0$ の面内で、 z 軸上の点Oを回転中心として一定の角速度 ω で回転している。ここで、回転をはじめて十分時間が経過し、導体棒中の電子の分布が時間的に変化しなくなった状態を考える。回転は十分に遅く、電子にはたらく遠心力は無視できるとする。このとき、点Oから距離 r ($\leq R$) の位置の導体棒内の電子にはたらくローレンツ力の大きさは、 e , B_0 , R , r , ω を用いて表すと□である。導体棒中にはローレンツ力とつりあう力を電子に与える電場が発生している。その電場の大きさ E は、 r の位置において□ハである。

導体棒の両端間に発生する電位差は、電場の大きさ E を r の関数として図示したとき、 $E(r)$ と r 軸で囲まれた図形の面積として計算できる。これを用いると導体棒の両端間の電位差は□ニとなる。ここで、必要であれば、関数 $f(x)=(x-p)(q-x)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積が $\frac{1}{6}(q-p)^3$ であることを用いてよい。ただし、 p , q は任意の実数 ($q > p$) である。

- (2) $z=0$ の面内で、点Oを中心とする半径 R の円を貫く磁束 Φ_R を求めよう。図2において、 $z=0$ の面内で点Oから距離 r ($\leq R$) の位置にあり、 z 軸に垂直な微小面（面積 ΔS ）を貫く磁束 $\Delta\Phi$ は、 B_0 , R , r , ΔS を用いて表すと□ホとなる。また、 Φ_R は円内の $\Delta\Phi$ の総和であり、 $\Phi_R=\frac{1}{3}\pi R^2 B_0$ となる。必要であればこのことを利用して問1に答えよ。

- 問1 $z=0$ の面内で点Oを中心とする半径 a ($\leq R$) の円を貫く磁束 Φ_a は、

$$\Phi_a = \pi B_0 a^2 \left(1 - \frac{2a}{3R}\right)$$

であることを示せ。

- (3) つぎに、磁束密度の大きさ B を時間変化させたときの真空中におかれた1個の電子の運動を考える。
□イの磁束密度の大きさの式において、 B_0 を時刻 t とともに $B_0=bt$ (b は正の定数) と変化させる。時刻 $t=0$ において、磁束密度はいたるところで0であり、電子は $z=0$ の面内で中心Oから距離 a ($\leq R$) の位置に静止していた。 $t>0$ で、この電子は図3のように $z=0$ の面内を運動し、半径 a を一定に保ったまま円運動をした。このときの a と R の関係を求めてみよう。なお、この設問では電子の円運動により生じる遠心力は無視できないとする。また、解答は、 m , e , b , a , R , t のうち必要なものを用いて表せ。

この電子は、磁束の時間変化により、その円軌道に沿って発生した電場により加速される。時刻 t (>0) におけるこの電場の大きさは□ヘであり、電子の速さは□トである。

- 問2 加速されても半径 a を一定に保ったまま電子が回転することができる a/R の値を、導出過程も示して答えよ。

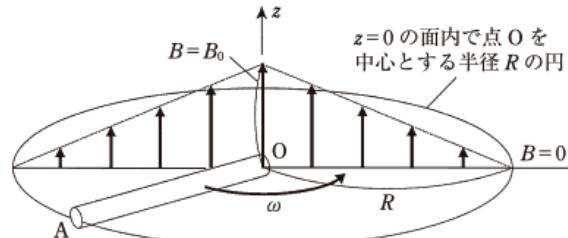


図1

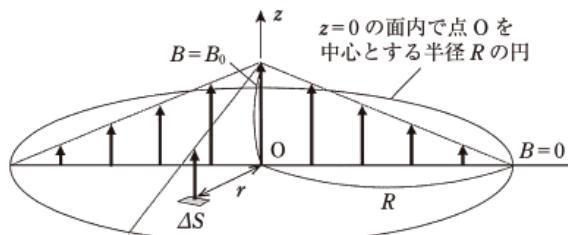


図2

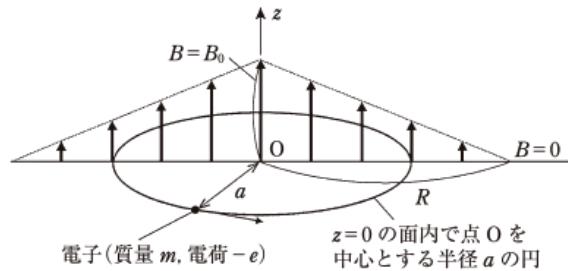


図3

- 3 次の文章を読んで、□に適した式または数値を、それぞれ記せ。なお、□はすでに□で与えられたものと同じものを表す。また、問1～問3では、指示にしたがって、解答をそれぞれ記せ。ただし、円周率を π とする。

図1のような、大気中に置かれた厚さ D の透明で平面状の薄膜を考える。薄膜の屈折率 n は、大気の屈折率(1とする)より大きい。薄膜の表面A, Bに垂直な方向に z 軸をとり、面Aと面Bの z 座標をそれぞれ $z=0$, $z=D$ とする。

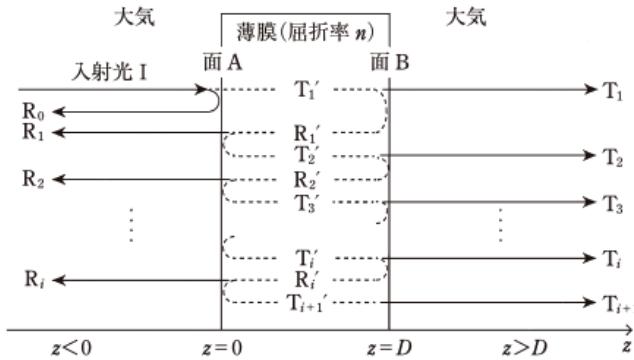


図1

面Aに対して垂直に、直線偏光したレーザー光(入射光I)を、 z 軸の負の方から正の向きに照射する。光は横波の電磁波であるが、ここでは簡単のために、電場のみを考え、電場の方向は x 軸方向(紙面に垂直な方向)とする。

入射光Iの電場の x 成分は、 $z < 0$ において、

$$E_I = E \sin 2\pi \left(ft - \frac{z}{\lambda} \right) \quad (i)$$

と与えられるとする。 E は入射光Iの電場の振幅、 t は時刻、 f は光の振動数、 λ は大気中における光の波長である。ここでは、光の電場の振幅の2乗を光の強度とよぶことにする。例えば、入射光Iの強度は E^2 である。ただし、以下の設問において、大気中および薄膜内における光の強度の減衰は考えない。

図1に示すように、大気中を進む入射光Iの一部は面Aにおいて反射し、残りは面Aを透過して、薄膜内に侵入する。このとき、反射した光の電場の振幅の絶対値は入射光の振幅の絶対値の p 倍となり、透過する光の電場の振幅の絶対値は入射光の振幅の絶対値の q 倍になる。 p と q は、1より小さい正の実数定数である。ただし、面を透過する際、光の位相は変化しない。図1のように、最初に面Aで反射する光を R_0 光、面Aを透過し、薄膜中を z 軸の正の向きに進む光を T_1' 光と書く。

T_1' 光の波長は□あ□である。また、時刻 t 、位置 z での電場の x 成分は、 R_0 光では $E_{R_0} =$ □い□、 T_1' 光では $E_{T_1'} =$ □う□となる。

図1に示すように、薄膜は大気と面Aおよび面Bで接するので、光は反射、または透過を繰り返す。 i を1以上の整数とすると、 T_i' 光の一部は面Bを透過し、 z 軸の正の向きに進む T_i 光となり、残りは面Bで反射し、 z 軸の負の向きに進む R_i' 光となる。さらに、 R_i' 光の一部は面Aを透過し、 R_i 光となり、残りは面Aで反射し、 T_{i+1}' 光となる。 R_i' 光や T_i' 光のような薄膜中を進む光が面Aや面Bで反射するとき、電場の振幅の絶対値は p 倍に変化し、透過するとき、電場の振幅の絶対値は q' 倍に変化する。 q' は正の実数である。

面Aを透過し、面Bで反射し、再び面Aを透過し、 z 軸の負の向きに進む R_1 光のふるまいを考えたい。 R_1 光の電場の x 成分は、振幅の絶対値 E' と位相の変化 ϕ を用いて、

$$E_{R_1} = E' \sin \left\{ 2\pi \left(ft + \frac{z}{\lambda} \right) + \phi \right\} \quad (ii)$$

とおくことができる。 $z=D$ で T_1' 光と R_1 光の位相を考慮することにより、 E , p , q , q' , λ , D , n を用いると、 E' は□え□、 ϕ は□お□と与えられる。

問1 大気中を z 軸の負の向きに進む R_0 光と R_1 光の干渉を考える。干渉してできる光の電場は、 R_0 光と R_1 光の電場の重ね合わせにより、振幅 A と位相の変化 β を用いて、

$$E_{R_0} + E_{R_1} = A \sin \left\{ 2\pi \left(ft + \frac{z}{\lambda} \right) + \beta \right\} \quad (iii)$$

と書くことができる。 E_{R_0} は、□い□で求めた電場の式を表す。式(iii)で与えられる光の強度 A^2 を、導出過程を示して E , p , q , q' , ϕ を用いて表せ。ここで、必要なら、実数 a , b , θ に対し、

$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \beta)$ が成り立つことを用いてよい。ただし、 β は $\cos \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$,

$\sin \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ を満たす実数である。

以上より、 R_0 光と R_1 光の干渉によってできる光の強度が最大になるのは、1以上の整数 m を用いると、

厚さ D が波長 λ の [か] 倍になるときであり、そのときの電場の振幅は [き] である。

つぎに、面Bを z 軸の正の向きに透過する光について考える。 T_1 光と T_2 光が干渉してできる光の強度が最大になるとき、1以上の整数 m を用いると、薄膜の厚さ D は波長 λ の [く] 倍である。また、このとき、干渉してできる光の振幅は [け] となる。一方、干渉光の強度が最小となるのは、同様に1以上の整数 m を用いると、 D が λ の [こ] 倍であり、その振幅は [さ] である。

問2 T_1 光と T_2 光だけでなく、面Bを z 軸の正の向きに透過する光の全てが干渉してできる光を考える。

薄膜の厚さ D が大気中の波長 λ の [く] 倍のときと、[こ] 倍のときのそれぞれの条件のもとで、面Bを z 軸の正の向きに透過する全ての光が干渉してできる光の強度を求めよう。ここで、 p , q , q' の間には、 $p^2 + qq' = 1$ が成り立つものとする。これを用いて、干渉光の強度を q と q' を含まない形で導出過程を示して表せ。ここで、必要であれば、 $|d| < 1$ を満たす実数 d

に対し、 $\sum_{k=0}^{\infty} d^k = \frac{1}{1-d}$ が成り立つことを用いてよい。

問3 異なる p の値をもつ薄膜X, Yについて、入射光の波長を変えながら、薄膜を透過してくる光の強度を測定したところ、図2のようになった。実線と点線は、薄膜X, Yに対して得られたデータである。ここで、 p は波長によって変わらないものとする。白色光から、特定の波長の光を選択して抽出するには、薄膜X, Yのどちらを用いるのがより適当か、また、それはどのような値の p をもつ薄膜か、その理由とともに述べよ。

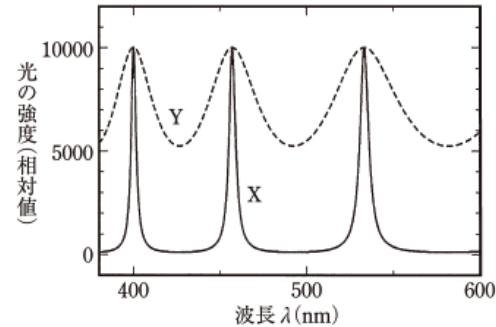


図2