

九州大学 一般 後期
平成 24 年度 入学 試験 問題

数

学

数学Ⅰ, 数学A
数学Ⅱ, 数学B
数学Ⅲ, 数学C

(医 学 部・工 学 部)

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は、12 ページあります。
また、中にはさみ込まれている解答紙は、5 枚(**53** から **57** まで)です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に各解答紙の 2 箇所受験番号を記入しなさい。
5. 解答は解答紙のおもてに記入しなさい。
また、必要なら裏面を用いても構いません。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰って下さい。

数

学

数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B
数学 III, 数学 C

(医学部・工学部)

[1] (配点 30 点)

この問題の解答は、解答紙 **53** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

以下の問いに答えよ。

(1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin x - x \leq 0$ が成り立つことを示せ。

(2) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin x - x + ax^3 \geq 0$ が成り立つような正の数 a を 1 つ定めよ。

(3) $0 < |x| \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、

$$\left| \frac{\sin x}{x} - 1 \right| \leq ax^2$$

が成り立つことを示せ。ただし、 a は (2) で定めた値とする。

(4) 曲線 $y = \sin x$ と直線 $y = x$ および $x = \frac{\pi}{2}$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

(下書き用紙)

[2] (配点 30 点)

この問題の解答は、解答紙 **54** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

O を原点とする座標空間において、3 点 $A(a, 0, 0)$, $B(0, a, 0)$, $C(0, 0, 1)$ が定める平面を α とする。ただし、 a は正の定数とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 平面 α 上の任意の点 P に対し、 $\vec{CP} = s \vec{CA} + t \vec{CB}$ を満たす実数 s, t が存在する。点 P の座標を a, s, t を用いて表せ。

(2) 原点 O から平面 α に垂線 OH を下ろす。点 H の座標を a を用いて表せ。

(3) $a = 1$ とする。平面 α 上で点 A を中心とする半径 1 の円を考え、その円周上に点 Q を $\angle QAB = \theta$ となるように取る。ただし、 $0 < \theta < \pi$ とし、点 Q の z 座標は正とする。点 Q の座標を θ を用いて表せ。

(下書き用紙)

〔3〕（配点 30 点）

この問題の解答は、解答紙 **55** の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

2 個のサイコロを投げて、 xy 平面上の点 P を移動させる次の試行を考える。

試行: 2 個のサイコロを同時に投げて、大きい目の数を X 、小さい目の数を Y とする。ただし、同じ目が出た場合は、 X, Y の両者をその目の数とする。このとき、

X が 3 以上なら、点 P を x 軸の正の方向に 1 動かし、

Y が 3 以上なら、点 P をさらに y 軸の正の方向に 1 動かす。

この試行を繰り返して点 P を原点 $(0, 0)$ から順に動かしていくとき、以下の問いに答えよ。

(1) 1 回目の試行終了時に点 P が $(1, 0)$ に移動している確率を求めよ。

(2) 2 回目の試行終了時に点 P が $(1, 1)$ に移動している確率を求めよ。

(3) n 回目の試行終了時に点 P が $(n, n - 1)$ に移動している確率を求めよ。ただし、 n は自然数である。

(下書き用紙)

[4] (配点 30 点)

この問題の解答は、解答紙 **56** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

数列 $\{a_n\}$ を次式で定義する。

$$a_n = \int_c^1 nx^{n-1} \left(\log\left(\frac{1}{x}\right) \right)^n dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし、 c は $0 < c < 1$ を満たす定数とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 および第 2 項 a_2 を求めよ。

(2) $0 < x \leq 1$ のとき、 $0 \leq x \log\left(\frac{1}{x}\right) < \frac{1}{2}$ が成り立つことを示せ。

(3) $a_n < \frac{n}{2^n} \log\left(\frac{1}{c}\right)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ を示せ。

(下書き用紙)

[5] (配点 30 点)

この問題の解答は、解答紙 **57** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

数直線上に 2 点 X_1, X_2 を取り、それぞれの座標を a_1 および a_2 とする。ただし、 $0 < a_1 < a_2$ とする。線分 X_1X_2 を $s:1-s$ に内分する点を X_3 、線分 X_2X_3 を $s:1-s$ に内分する点を X_4 、同様に自然数 k に対して線分 X_kX_{k+1} を $s:1-s$ に内分する点を X_{k+2} とする。ただし、 $0 < s < 1$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 2 点 X_{2n-1}, X_{2n} の座標を並べてベクトル $\begin{pmatrix} a_{2n-1} \\ a_{2n} \end{pmatrix}$ で表し、

$$\begin{pmatrix} a_{2n+1} \\ a_{2n+2} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{2n-1} \\ a_{2n} \end{pmatrix}$$

と書くとき、行列 A を s を用いて表せ。ただし、 n は自然数である。

(2) 行列 P を

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ s-1 & 1 \end{pmatrix}$$

とし、行列 B を $B = P^{-1}AP$ とする。行列 B を求めよ。

(3) 座標 a_{2n+1} および a_{2n+2} を n, s, a_1, a_2 を用いて表せ。

(4) 点 X_k の座標 a_k の極限 $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k$ を求めよ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

53

数学 数学Ⅰ, 数学A
数学Ⅱ, 数学B
数学Ⅲ, 数学C

平成 24 年度入学試験問題

受験番号				

受験番号				

(医 学 部・工 学 部)

解 答 紙
(5 枚のうち 1 枚目)

53

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[1] (30点)

[1] の採点

--	--

解 答 紙

(5枚のうち1枚目)

裏面

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[1] (おもてより続く)

54

数学 数学Ⅰ, 数学A
数学Ⅱ, 数学B
数学Ⅲ, 数学C

平成 24 年度入学試験問題

受験番号				

受験番号				

(医学部・工学部)

解答紙

(5枚のうち2枚目)

54

解答はこの線より上の部分には書いてはいけません。

[2] (30点)

[2] の採点

--	--

解 答 紙

(5枚のうち2枚目)

裏面

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[2] (おもてより続く)

55

数学 数学Ⅰ, 数学A
数学Ⅱ, 数学B
数学Ⅲ, 数学C

平成 24 年度入学試験問題

受験番号				

受験番号				

解答紙

(医学部・工学部)

(5枚のうち3枚目)

55

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[3] (30点)

[3] の採点

--	--

解答紙

(5枚のうち3枚目)

裏面

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[3] (おもてより続く)

56

数学 数学Ⅰ, 数学A
数学Ⅱ, 数学B
数学Ⅲ, 数学C

平成24年度入学試験問題

受験番号				

受験番号				

解答紙

(5枚のうち4枚目)

56

(医学部・工学部)

解答はこの線より上の部分には書いてはいけません。

[4] (30点)

[4]の採点

--	--

解答紙

(5枚のうち4枚目)

裏面

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[4] (おもてより続く)

57

数学 数学Ⅰ, 数学A
数学Ⅱ, 数学B
数学Ⅲ, 数学C

平成 24 年度入学試験問題

受験番号
| | | | |

受験番号
| | | | |

解答紙

(医学部・工学部)

(5枚のうち5枚目)

57

解答はこの線より上の部分には書いてはいけません。

[5] (30点)

[5] の採点

--	--

解答紙

(5枚のうち5枚目)

裏面

解答はこの線より上の部分には書いてはいけません。

[5] (おもてより続く)