

平成29年度入学試験問題

理 科

(注 意 事 項)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 届け出た選択科目以外は解答してはならない。
3. 問題冊子のページ及び解答紙は次のとおりである。「始め」の合図があったら届け出た選択科目についてそれぞれを確認すること。

科 目	問 題 冊 子	解 答 紙	
	ペ ー ジ	解答紙番号	枚 数
物理基礎・物理	1 ～ 16	31 ～ 33	3
化学基礎・化学	17 ～ 34	34 ～ 38	5
生物基礎・生物	35 ～ 56	39 ～ 43	5
地学基礎・地学	57 ～ 69	44 ～ 48	5

4. 各解答紙の2箇所を受験番号を記入すること。
5. 解答はすべて解答紙の所定の欄に記入すること。
6. 計算その他を試みる場合は、解答紙の裏又は問題冊子の余白を利用すること。
7. この教科は、2科目250点満点(1科目125点満点)です。なお、医学部保健学科(看護学専攻)については、2科目100点満点に換算します。

# 物 理 基 礎 · 物 理

〔1〕 以下の問いに答えよ。(40点)

図1のように、質量  $M$  の台車が滑らかで水平な台の上に乗っている。台車はばね定数  $k$  で質量が無視できるばねにつながれ、ばねの左端は壁に固定されている。台車の上面は滑らかな水平面であり、上面の点  $A$  には大きさが無視できる質量  $m$  の小物体が台車の壁に接して置かれている。ばねが自然長のとき台車の右面は車止めの壁に接しており、台車の上面と車止め上面の高さは同じである。車止め上面左端の点  $B$  と上面右端の点  $C$  の間は水平方向の距離が  $L$ 、動摩擦係数  $\mu$  の粗い水平面であり、点  $C$  は水平な床面にある点  $O$  からの高さが  $d$  の位置にある。物体の運動は鉛直平面内に限り、空気抵抗は無視できるとする。また、重力加速度の大きさは  $g$  とする。

問 1. ばねを自然長から  $a$  だけ縮ませて静かに離すと、小物体は点  $A$  に位置したまま台車とともに前進し、その後台車は車止めで完全非弾性衝突して瞬時に停止した。

(1) 車止めに達した瞬間の台車の速さ  $V$  を  $m, M, k, a$  の中から必要なものを用いて表せ。

台車が停止したと同時に、小物体は速さ  $V$  で点  $A$  から台車の上面を進み、点  $B$  を通過した後に点  $C$  から速さ  $v_0$  で飛び出した。

(2) 速さ  $v_0$  を  $m, M, k, a, \mu, g, L$  の中から必要なものを用いて表せ。

(3) 点  $C$  を飛び出した後、小物体は床に達する前に壁  $CO$  から距離  $d$ 、床からの高さが  $\frac{1}{2}d$  の位置にある点  $D$  を通過した。この時、速さ  $v_0$  を  $d, g$  を用いて表せ。

- (4) 前問(3)のような状況を実現するばねの縮み  $a$  を  $m, M, k, \mu, d, g, L$  の中から必要なものを用いて表せ。

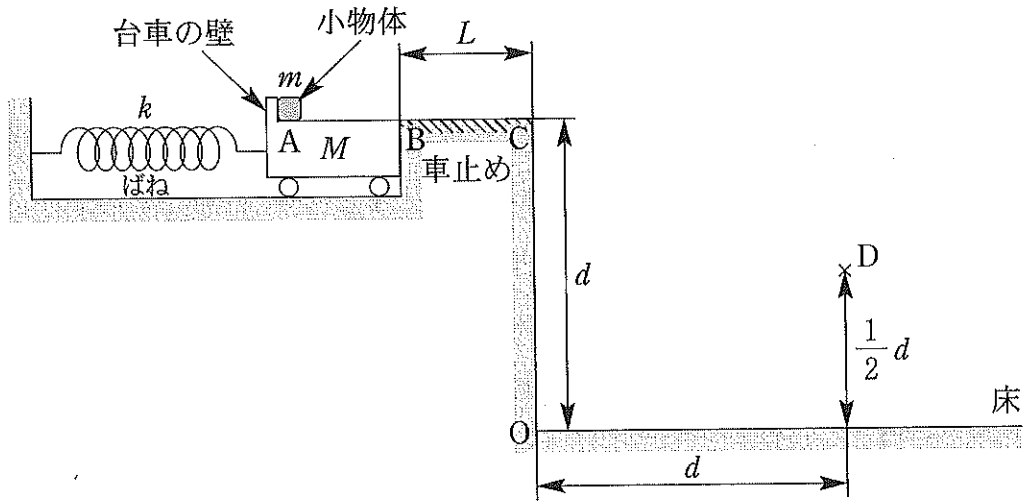


図 1

問 2. 次に、図 2 のように点 C に大きさが無視できる質量  $m$  の小球がある場合を考える。ばねを自然長から  $a'$  だけ縮ませて静かに離すと、小物体は点 A に位置したまま台車とともに前進し、その後台車は車止めで完全非弾性衝突して瞬時に停止した。台車が停止したと同時に小物体は点 A から台車上面を衝突直前の速さで進み、点 B を通過した後に点 C にある小球と衝突した。小物体が点 C に達した瞬間の速さを  $v_0$  とし、小物体と小球の反発係数を  $e$  とする。

(1) 小物体と小球の衝突直後に、小物体の速さは  $v_1$ 、小球の速さは  $v_2$  となった。 $v_1$  と  $v_2$  を  $e$ 、 $v_0$  を用いて表せ。

(2) 小物体と小球の衝突の前後に失われた力学的エネルギー  $\Delta E$  を  $e$ 、 $m$ 、 $v_0$  を用いて表せ。

小物体と小球は大きさを無視できるため、点 C で衝突した後、同時に点 C から飛び出した。小球は、床に達する前に点 O から水平距離  $2d$  の位置にある滑らかな垂直壁で弾性衝突し、その後床に達する前に点 O から水平距離  $d$  の位置で小物体と再び衝突した。

(3) この時の小物体と小球の反発係数  $e$  の値を求めよ。

(4) 小物体と小球が床に達する前に衝突するためには、ばねの縮み  $a'$  がいくらより大きくなければならないか。 $m$ 、 $M$ 、 $k$ 、 $\mu$ 、 $d$ 、 $g$ 、 $L$  の中から必要なものを用いて答えよ。反発係数  $e$  の値は前問(3)で求めたものを用いよ。

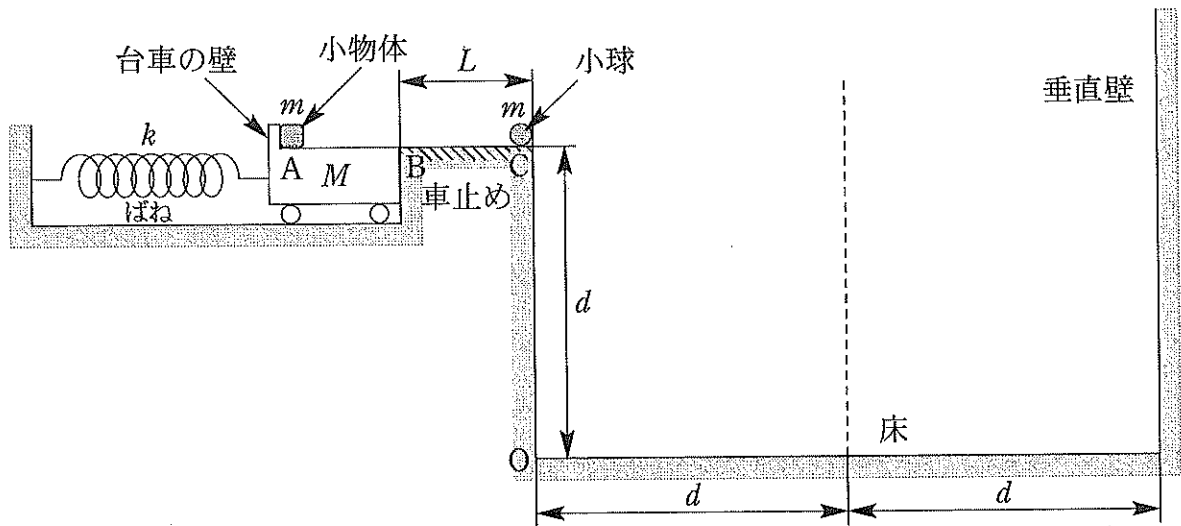


図 2

[2] 以下の問いに答えよ。ただし、クーロンの法則の真空中での比例定数を  $k_0(\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)$  とし、真空の透磁率を  $\mu_0(\text{N}/\text{A}^2)$  とする。磁束密度の単位は  $1\text{T} = 1\text{N}/(\text{A}\cdot\text{m}) = 1\text{Wb}/\text{m}^2$  と表される。円周率を  $\pi$  とする。(45点)

水素原子の構造として、真空中で質量  $m(\text{kg})$ 、電気量  $-e(\text{C})$  ( $e > 0$ ) をもつ電子が、電気量  $+e(\text{C})$  をもつ原子核のまわりを等速円運動している模型を考える。回転半径を  $r(\text{m})$ 、速さを  $v_0(\text{m}/\text{s})$  とし、電子は電磁波を放出することなく、安定に等速円運動するものとする。原子核は電子に比べて十分重いいため動かないものとする。図1に示すように直交座標系をとり、原子核の位置を座標原点とする。電子は  $xy$  平面で円運動するものとし、円運動の向きは図1に示す向きとする。原子核および電子は点電荷とし、重力の影響は無視できるものとする。また、電子の運動がつくる磁場の、電子および原子核への影響は無視できるものとする。

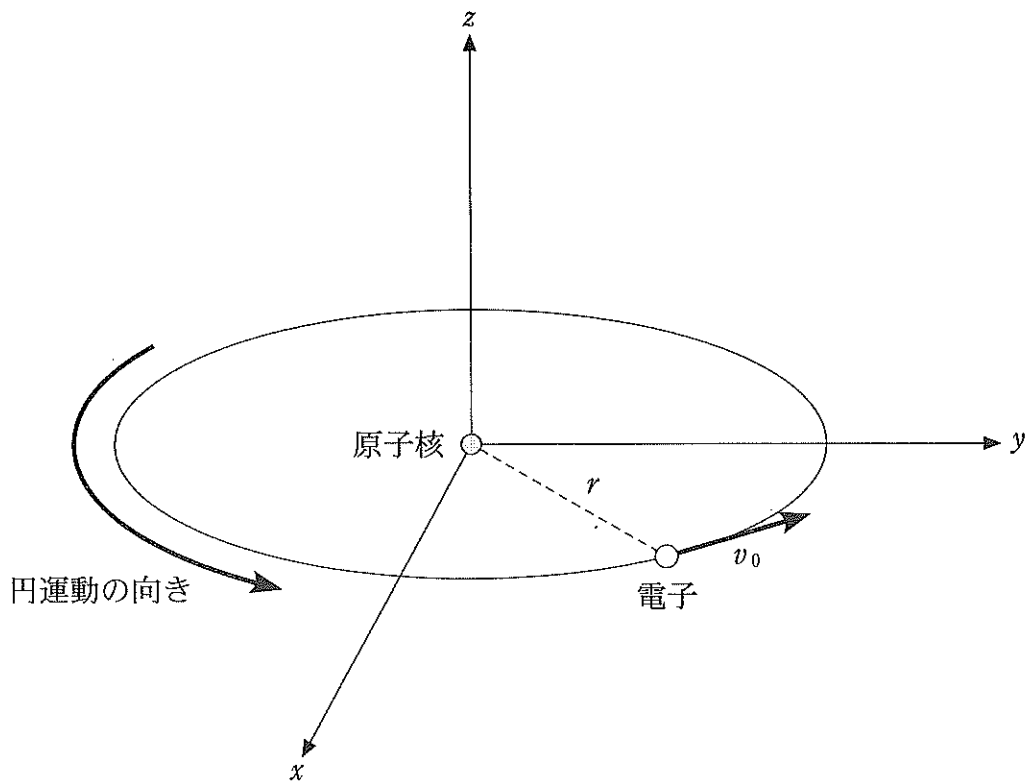


図1

問 1. 電子の円運動は半径  $r$  の円電流とみなすことができる。電流の大きさを  $I_0$  [A] とする。

(1) 円電流が原点につくる磁束密度  $\vec{B}_0$  [T] の大きさ  $B_0$  [T] を  $I_0$ ,  $r$ ,  $\mu_0$  の中から必要なものを用いて表せ。

(2) 磁束密度  $\vec{B}_0$  の向きとして正しいものを、次の①～③から一つ選び番号で答えよ。

- ①  $z$  軸の正の向き
- ②  $z$  軸の負の向き
- ③  $\vec{B}_0 = \vec{0}$  なので、向きは定まらない

問 2. 電流の定義に基づいて、 $I_0$  を  $m$ ,  $e$ ,  $r$ ,  $v_0$  の中から必要なものを用いて表せ。

問 3. 電子の速さ  $v_0$  は、電子の運動方程式から求まる。 $v_0$  を  $m$ ,  $e$ ,  $r$ ,  $k_0$  の中から必要なものを用いて表せ。



次に、図2に示すように $z$ 軸の正の向きに磁束密度 $\vec{B}$ (T)の一様な十分弱い磁場をかける。 $\vec{B}$ の大きさ $B$ (T)が十分小さいときには、回転半径の変化は無視できることが知られている。したがって、ここでは磁束密度 $\vec{B}$ の磁場があるときも、回転半径 $r$ で等速円運動するものとする。電子の速さは変わりうるので $v$ (m/s)とする。

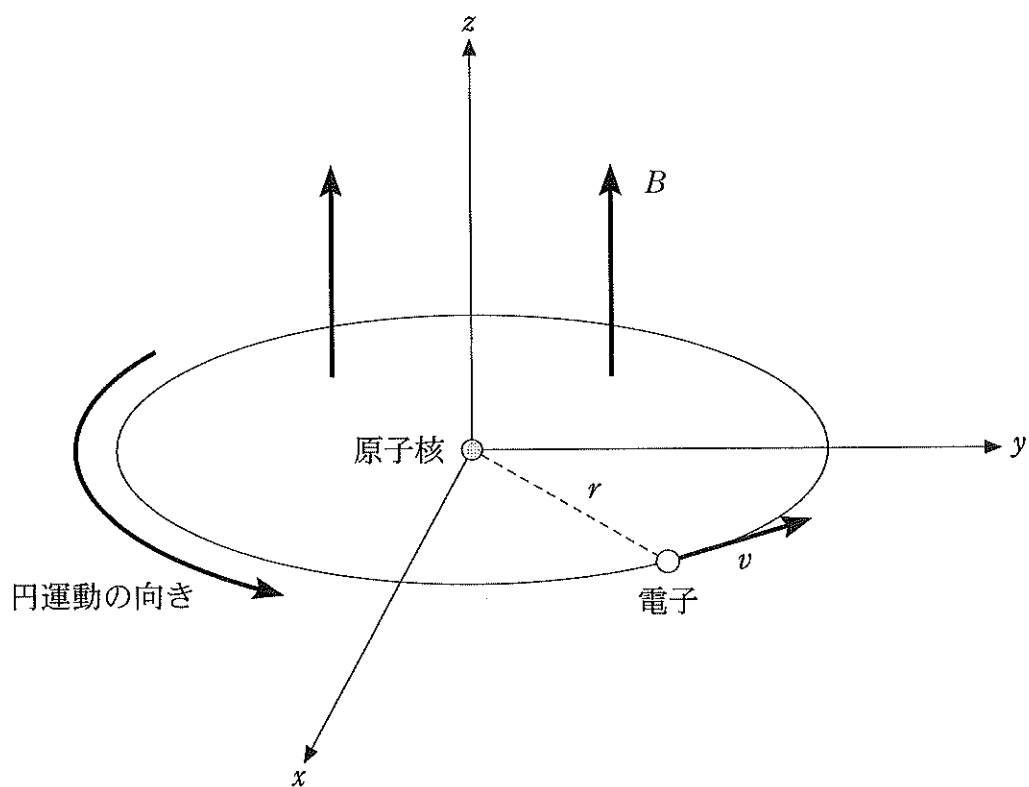


図2

問 4. 電子が磁束密度  $\vec{B}$  の磁場から受ける力を  $\vec{f}$  [N] とする。

(1) 力  $\vec{f}$  の大きさ  $f$  [N] を  $m, e, r, v, \mu_0, B$  の中から必要なものを用いて表せ。

(2) 力  $\vec{f}$  の向きとして正しいものを、次の①～⑤から一つ選び番号で答えよ。

- ①  $z$  軸の正の向き                      ②  $z$  軸の負の向き  
③ 原点から電子に向かう向き            ④ 電子から原点に向かう向き  
⑤  $\vec{f} = \vec{0}$  なので、向きは定まらない

問 5. 電子の運動方程式から、電子の速さ  $v$  は

$$v^2 = \left( \boxed{\text{ア}} \right) \times \left[ 1 + \left( \boxed{\text{イ}} \right) \times B \times v \right]$$

という 2 次方程式を満たす。

(1)  $\boxed{\text{ア}}$  および  $\boxed{\text{イ}}$  にあてはまる式を  $m, e, r, \mu_0, k_0, B$  の中から必要なものを用いて表せ。

(2) 磁束密度  $\vec{B}$  の磁場をかけたことによる電子の速さの変化  $\Delta v_0$  [m/s] を

$$\Delta v_0 = v - v_0$$

とする。  $B$  が十分小さいとき、  $|\Delta v_0|$  は  $v_0$  に比べて十分小さいので

$$v^2 = (v_0 + \Delta v_0)^2 \doteq v_0^2 + 2v_0 \times \Delta v_0$$

および

$$B \times v = B \times (v_0 + \Delta v_0) \doteq B \times v_0$$

と近似してよい。このとき  $\Delta v_0$  は

$$\Delta v_0 \doteq \left( \boxed{\text{ウ}} \right) \times B$$

と  $B$  に比例する。  $\boxed{\text{ウ}}$  に当てはまる式を  $m, e, r, v_0, \mu_0$  の中から必要なものを用いて表せ。

問 6. 電子の速さの変化  $\Delta v_0$  により, 電子の回転による円電流も変化する。それにより, 円電流が原点につくる磁束密度も  $\Delta \vec{B}_0$  [T] だけ変化する。 $\Delta \vec{B}_0$  の大きさ  $|\Delta \vec{B}_0|$  を  $m, e, r, v_0, \mu_0, B$  の中から必要なものを用いて表せ。

問 7. 電子の円運動の向きが図 2 に示した向きと逆向きの場合を考える。これまでと同様に考え,  $z$  軸の正の向きに磁束密度  $\vec{B}$  の一様な十分弱い磁場をかけたことにより, 円電流が原点につくる磁束密度が  $\Delta \vec{B}'_0$  [T] だけ変化したとする。このとき,  $\Delta \vec{B}'_0$  の大きさは  $\Delta \vec{B}_0$  の大きさに等しい。 $\Delta \vec{B}_0$  の向きと  $\Delta \vec{B}'_0$  の向きの組合せとして正しいものを, 次の①~⑤から一つ選び番号で答えよ。

	$\Delta \vec{B}_0$ の向き	$\Delta \vec{B}'_0$ の向き
①	$z$ 軸の正の向き	$z$ 軸の正の向き
②	$z$ 軸の正の向き	$z$ 軸の負の向き
③	$z$ 軸の負の向き	$z$ 軸の正の向き
④	$z$ 軸の負の向き	$z$ 軸の負の向き
⑤	$\Delta \vec{B}_0 = \vec{0}$ なので 向きは定まらない	$\Delta \vec{B}'_0 = \vec{0}$ なので 向きは定まらない



〔3〕 平面鏡の表面による光の反射について、光の波動性と粒子性の両方の観点から考える。真空の屈折率を1、真空中の光速を $c$ 、プランク定数を $h$ として、以下の問いに答えよ。(40点)

問 1. 真空中で固定された平面鏡に垂直に入射した光の反射について考える。

- (1) 光を波として考えた場合に、反射の際の位相のずれはいくらか。ただし、平面鏡の屈折率は1より大きいとする。
- (2) 振動数 $\nu$ の光を粒子(光子)として考えた場合に、反射の際に光子1個が平面鏡に与える力積の大きさはいくらか。ただし、光の振動数は反射の前後で変わらないものとする。

問 2. 図1のような装置を用いて、線状の光源から出た波長 $\lambda$ の単色光を細いスリットSにあてて回折させ、スリットから距離 $L$ だけ離れたスクリーンに生じる光の明暗の縞模様を観察する。スリットから距離 $d$ だけ離れた位置にスクリーンと垂直になるように平面鏡を置く。この鏡は屈折率が1より大きい物質でできている。光源、スリット、スクリーン、平面鏡はすべて紙面に垂直に配置し、この装置全体は、図1の灰色の領域も含めて、最初、真空中に保たれている。

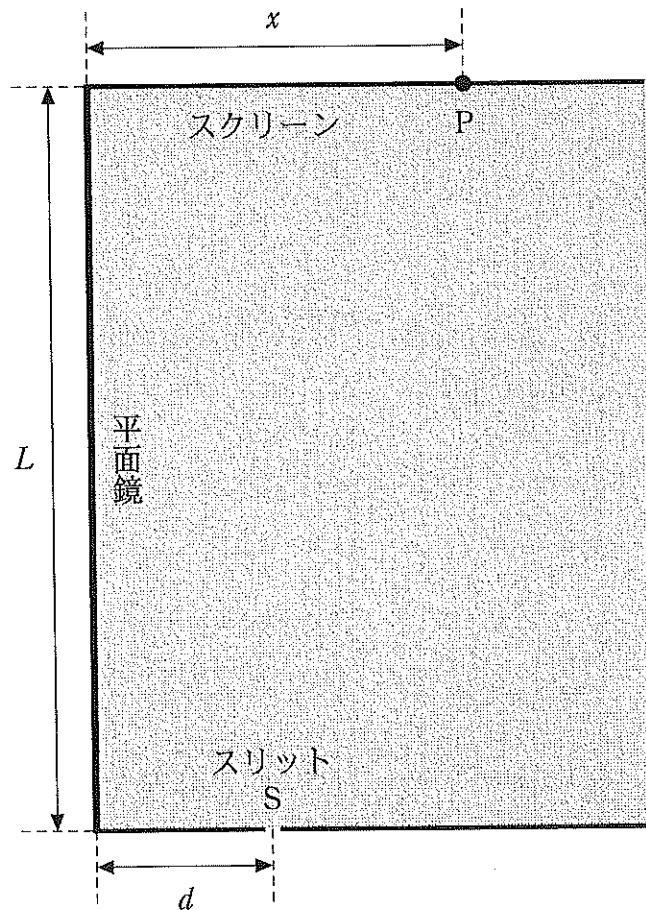
ここで、スクリーン上では、スリットから直接届いた光と、鏡によって反射されてから届いた光が重なり合って干渉が起こる。

- (1) 平面鏡から距離 $x$ の位置にあるスクリーン上の点をPとする。スリットから直接に点Pに届いた光が進んだ距離を $l_1$ 、鏡によって反射されてから点Pに届いた光が進んだ距離を $l_2$ とする。 $l_2 - l_1$ を求めよ。

- (2)  $d$  と  $x$  はいずれも  $L$  に比べて十分に小さいものとする。  $|a|$  が 1 に比べて十分に小さいとき、  $\sqrt{1+a^2} \doteq 1 + \frac{a^2}{2}$  としてよい。前問(1)の結果にこの近似を用いて、スクリーン上の明線の位置を求めたとき、鏡に最も近い明線の位置の  $x$  を  $\lambda$ ,  $L$ ,  $d$  を用いて表せ。

次に、図1の灰色の領域を屈折率が  $n$  の物質で満たした場合を考える。ただし、鏡の屈折率は  $n$  より大きいとする。

- (3) 前問(2)と同じ近似を用いて、スクリーン上の明線の位置を求めたとき、鏡に最も近い明線の位置の  $x$  を  $\lambda$ ,  $L$ ,  $d$ ,  $n$  を用いて表せ。



● 光源

図1

問 3. 真空中を  $x$  軸の正の向きに動く平面鏡による光の反射を考える。鏡の表面は  $x$  軸に垂直であるとする。以下の  $\boxed{\text{(ア)}}$  から  $\boxed{\text{(カ)}}$  の空欄に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。

- (1) 光を粒子として考える。光子 1 個が振動数  $\nu$  で  $x$  軸の正の向きに鏡に入射し、振動数  $\nu'$  で  $x$  軸の負の向きに反射したとする。このとき、鏡の速度が光子との衝突によって、 $V$  から  $V'$  に変わったとする。鏡の質量を  $M$  として、エネルギー保存則より、 $\frac{M}{2} V'^2 - \frac{M}{2} V^2 = \boxed{\text{(ア)}}$  である。また、運動量保存則より、 $MV' - MV = \boxed{\text{(イ)}}$  である。ただし、(ア)と(イ)は  $h, c, \nu, \nu'$  の中から必要なものを用いて表せ。

これらの保存則を満たすように、 $\nu'$  と  $\nu$  の関係が決まる。その関係を入射光子の波長  $\lambda$  と反射光子の波長  $\lambda'$  の関係に書き直すと、 $\frac{\lambda'}{\lambda} = \boxed{\text{(ウ)}}$  となる。ここで、(ウ)は  $c$  と  $V$  を用いて表せ。ただし、 $V$  から  $V'$  への変化は、 $V$  に比べて十分に小さいとして、 $V' + V \approx 2V$  と近似せよ。

以下では、光の反射による鏡の速さの変化を無視し、鏡は一定の速さ  $V$  で動くものとして扱う。

(2) 光を波として考える。図2のように、光の入射角を $\alpha (\geq 0)$ 、反射角を $\beta (\geq 0)$ とし、入射波は直線ABに垂直な波面をもつ平面波、反射波は直線AA'に垂直な波面をもつ平面波とする。線分ABの長さを入射波の波長 $\lambda$ と等しくなるようにとる。時刻 $t=0$ に点Bにあった光が、時刻 $t=t_0$ に鏡上の点B'に達したとする。この間に、 $t=0$ に鏡上の点Aで反射した光は、 $t=t_0$ に点A'に達していたとすると、入射波も反射波も同じ速さ $c$ で進むので、線分BB'の長さと同線分AA'の長さは等しい。これを等式で表すと、 $\boxed{\text{(工)}} = ct_0$ となる。ただし、(工)は $V, t_0, \alpha, \lambda$ を用いて表せ。

反射波の波長を $\lambda'$ とすると、 $\lambda'$ は点A'を通る反射波の波面と点B'を通る反射波の波面の間の距離に等しく、

$$\lambda' = ct_0 + \boxed{\text{(オ)}} \times \cos(\alpha + \beta)$$

となる。ただし、(オ)は $V, t_0, \alpha$ を用いて表せ。

(工)と(オ)を含む2つの式から $t_0$ を消去して、 $\frac{\lambda'}{\lambda} = \boxed{\text{(カ)}}$ を得る。(カ)において、 $\alpha = \beta = 0$ とすると、(ウ)が得られる。

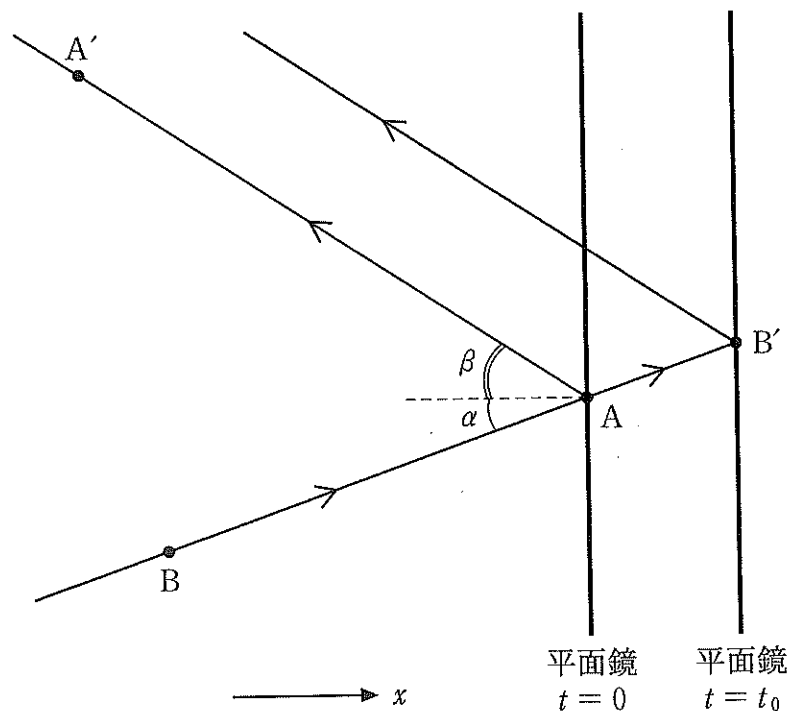


図2



